Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2007

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

A. **Mathematik und Physik**
B. **Grundlagen der Elektrotechnik**
C. **C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik**

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt 40 Minuten. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 40 Minuten

8 Aufgaben (Teil A)

Name:.. Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik

(März 2007)

Aufgabe 1:
Zeigen Sie, dass für alle zweimal differenzierbaren reellwertigen Funktionen $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$$\varphi(x,t) = f(x+ct) + g(x-ct)$$

eine Lösung der folgenden partiellen Differentialgleichung ist

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = 0.$$

Aufgabe 2:
Gegeben sei ein Vektorfeld $\vec{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ in kartesischen Koordinaten $\vec{r} = (x,y,z)^T$

$$\vec{F}(\vec{r}) := \begin{pmatrix} 2x+y^2 \\ x^2yz \\ x+z \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Linienintegral über die Kurve C, die durch den Ortsvektor $\vec{r}(t) = (t,t^2,t)^T$ $(0 \leq t \leq 1)$ beschrieben wird.

Aufgabe 3:
Gegeben ist folgende Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = x \cdot \sin x.$$

- Klassifizieren Sie diese Differentialgleichung.
- Ermitteln Sie allgemeine Lösung $y = y(x)$ dieser Gleichung.

Aufgabe 4:
Bestimmen Sie die drei Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren der folgenden Matrix, wobei bekannt ist, dass die drei Eigenwerte kleine ganze Zahlen sind.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Aufgaben aus der Physik

(März 2007)

Aufgabe 1:

Im Raum befinden sich zwei Punktladungen mit den normierten Ladungen $Q = 1$ und $Q = -1$. Die erste Ladung befinde sich im Punkt $\vec{r} = (1,0,0)^T$ eines kartesischen Koordinatensystems, während die andere Punktladung im Punkt $\vec{r} = (-1,0,0)^T$ sitzt; es gilt $\vec{r} = (x,y,z)^T$. Der Raum ist homogen und isotrop und besitze die Dielektrizitätskonstante ε.

- Geben Sie das Potenzial $\varphi(\vec{r})$ einer Punktladung in Abhängigkeit von $\|\vec{r}\|$ an, die im Koordinatenursprung platziert ist.
- Bestimmen Sie das Potenzial $\varphi(\vec{r})$ der beiden Punktladungen in einem beliebigen Punkt P des Raumes.
- Für welche Werte der Koordinaten x, y und z verschwindet das Potenzial $\varphi(\vec{r})$ der beiden Punktladungen?

Aufgabe 2:

Zwei Massen m_1 und m_2 bewegen sich reibungsfrei auf einer Achse. Am Anfang besitzt die Masse m_1 die Geschwindigkeit v_1 und die Geschwindigkeit von m_2 ist $v_2 = 0$. Nach einem Zusammenstoß bewegen sich die Massen mit den Geschwindigkeiten $\tilde{v}_1$ und $\tilde{v}_2$.

- Berechnen Sie, für welches Massenverhältnis die Geschwindigkeit $\tilde{v}_1 = 0$ ist.
- Kann die Geschwindigkeit $\tilde{v}_1 = 0$ immer noch für ein (anderes) Massenverhältnis verschwinden, wenn die anfangs vorhandene kinetische Energie zu 50% in Wärme verwandelt wird?

Aufgabe 3:

Ein Massepunkt mit der Masse m und der Ladung q, die sich unter dem Einfluß der Schwerkraft mit der Geschwindigkeit v_0 bewegt, wird in ein elektrisches Feld mit der Feldstärke E eingeschossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ seien die Richtung der Geschwindigkeit und die Richtung des elektrischen Feldes senkrecht zueinander.

- Ermitteln Sie die Bewegungsgleichungen senkrecht und parallel zum elektrischen Feld und lösen Sie diese Gleichungen. (Hinweis: Wählen Sie den Koordinatenursprung als Aufenthaltsort für den Zeitpunkt $t = 0$)
- Ermitteln Sie den Zeitpunkt T in Abhängigkeit der oben angegebenen Größen, in dem ein Ablenkungswinkel (bezogen auf den Ort zum Zeitpunkt $t = 0$) von 45 Grad erreicht wird.

Aufgabe 4:

Erläutern Sie die Funktionsweise eines MOS-Feldeffekttransistors (MOSFET) in elementarer Form. Skizzieren Sie dazu zunächst den grundsätzlichen Aufbau eines MOSFETs.

Leibniz Universität Hannover

Test „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

<u>Zugelassene Hilfsmittel:</u>

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

16 Punkte (40 Minuten)

Name:... Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Frage 1 (4 Punkte)

Gegeben sind die Kennlinien $U = \mathrm{f}(I)$ der beiden nichtlinearen Widerstände $R_{\mathrm{NL},1}$ und $R_{\mathrm{NL},2}$.

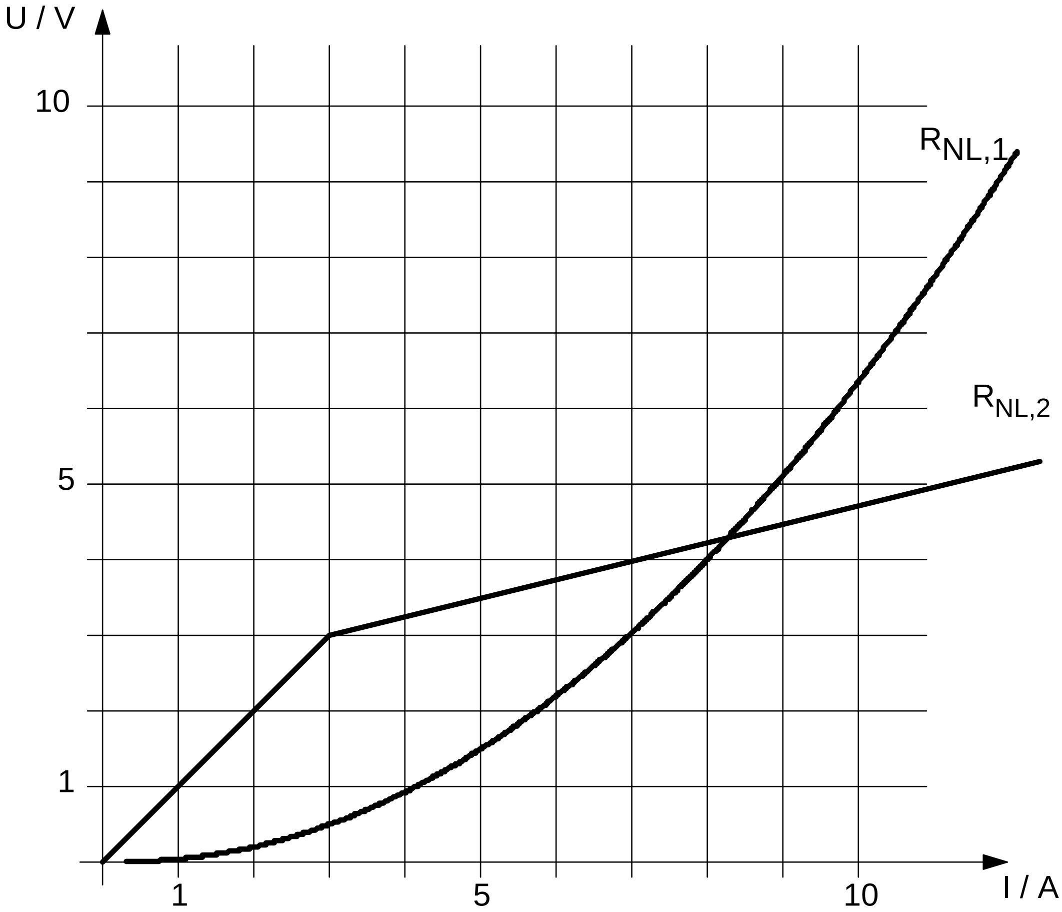


Abbildung 1.1: Widerstands-Kennlinien

a) Die Reihenschaltung der beiden Widerstände $R_{\mathrm{NL},1}$ und $R_{\mathrm{NL},2}$ liegt an einer idealen Stromquelle mit dem Quellensstrom $I_q = 5$ A. Wie groß ist die Spannung, die über beiden nichtlinearen Widerständen abfällt?

b) Geben Sie die von den Widerständen abgegebene Leistungen P_{NL1} und P_{NL2} an!

Frage 2 (4 Punkte)

In Abbildung 2.1 ist ein Netzwerk mit Transformator dargestellt.

Es gelte: $R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = \omega M$, $\underline{U}_q = U_q e^{j0^\circ}$

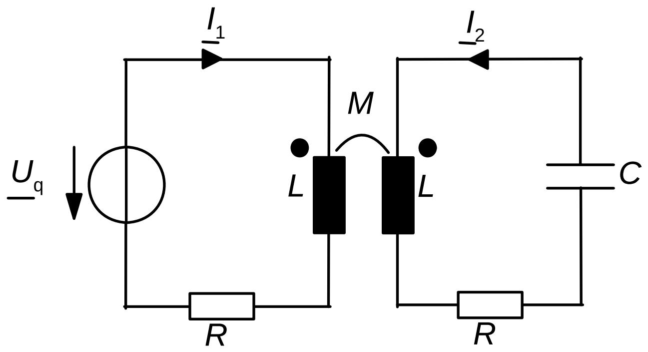


Abbildung 2.1: Netzwerk mit Transformator

a) Berechnen Sie die Ströme $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$ nach Betrag und Phase!

b) Welche Blindleistung nimmt der Kondensator auf?

Frage 3 (4 Punkte)

Gegeben ist die Anordnung nach Abbildung 3.1 und es gelte

$I_q = 3\,\mathrm{A}$, $R_1 = 2 \cdot R_2 = R$ und $\frac{L}{R} = 1\mathrm{s}$.

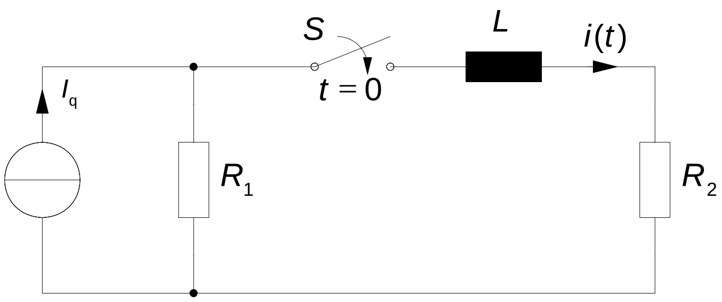


Abbildung 3.1: Einschaltvorgänge

Der Schalter S wird zum Zeitpunkt t = 0 eingeschaltet. Bestimmen Sie $i(t)$!

Frage 4 (4 Punkte)

Eine ideale Spannungsquelle mit der Spannung $U = 1{,}5$ V ist mit einem rechteckig gebogenen Widerstandsdraht verbunden, der durch den Widerstand $R = 2\ \Omega$ im Schaltbild dargestellt ist. Die Kantenlängen des Drahtes sind $a = 6$ cm und $b = 4$ cm. Zunächst wird die Schleife senkrecht zur Leiterebene von einem externen Magnetfeld mit $B = 0{,}5\,\mathrm{T}$ durchsetzt.

Hinweis: Das von der Leiterschleife selbst erregte Magnetfeld ist zu vernachlässigen!

a) Berechnen Sie die induzierte Spannung und den Strom I im Leiterkreis. Tragen Sie den Bezugspfeil für die induzierte Spannung ein!

Für das Magnetfeld gelte nun: $B(t) = 400\mathrm{T} \cdot \frac{t}{\mathrm{s}}$

b) Berechnen Sie die induzierte Spannung und den Strom I im Leiterkreis. Verwenden Sie die Bezugspfeile aus Aufgabenteil a!

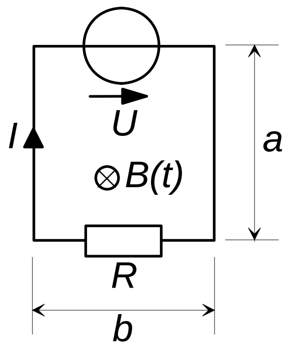


Abbildung 4.1: Magnetfelddurchsetzte Leiterschleife

Leibniz Universität Hannover

Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name:... Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Test „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System mit der $\boxed{\text{Zuordnungsvorschrift}}$ $f(t) \to g(t)$.

1.1 Welche $\boxed{\text{hinreichende Bedingung}}$ muss die Funktion $f(t)$ erfüllen, damit ihre $\boxed{\text{Fourier-Transformierte}}$ $F(\mathrm{j}\omega)$ existiert?

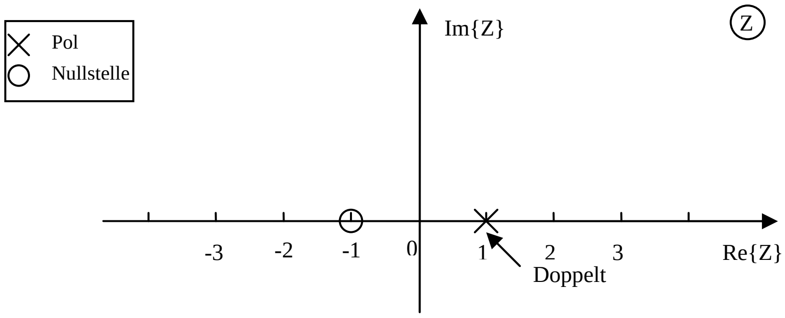
Das $\boxed{\text{Eingangssignal}}$ sei $f(t) = \cos(2\omega_0 t)$. Das System wird mit der $\boxed{\text{Systemfunktion}}$ $H(\mathrm{j}\omega)$ charakterisiert.

1.2 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $F(\mathrm{j}\omega)$ von $f(t)$ und skizzieren Sie $F(\mathrm{j}\omega)$.

1.3 Geben Sie die $\boxed{\text{Reaktion}}$ $g(t)$ als Funktion von $H(\mathrm{j}\omega)$ an.

Aufgabe 2

Gegeben ist ein $\boxed{\text{zeitdiskretes System}}$ $\{x(k)\} \to \{y(k)\}$ mit der Systemfunktion $H(z)$, wobei $H(0) = 1$. Das $\boxed{\text{Pol-Nullstellendiagramm}}$ ist im unteren Bild gegeben:



2.1 Bestimmen Sie die zu dem System gehörige Systemfunktion $H(z)$.

2.2 Geben Sie die $\boxed{\text{Differenzengleichung}}$ für das System in Abhängigkeit von $x(k)$ und $y(k)$ an.

Aufgabe 3

Gegeben ist eine $\boxed{\text{periodische Zeitfunktion}}$ $f(t)$ mit

$$f(t) = f(t + t_0)$$

und

$$f(t) = \begin{cases} A & 0 \le t \le \dfrac{t_0}{2} \\ 0 & \dfrac{t_0}{2} < t \le t_0. \end{cases}$$

3.1 Skizzieren Sie $f(t)$.

3.2 Geben Sie allgemein eine $\boxed{\text{Berechnungsvorschrift}}$ zur Ermittlung der $\boxed{\text{komplexen Fourierkoeffizienten}}$ c_n von $f(t)$ an.

3.3 Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten c_n für die Funktion $f(t)$.

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes $\boxed{\text{kontinuierliches System}}$ $f(t) \to g(t)$ mit der $\boxed{\text{Impulsantwort}}$

$$h(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{T} t\right) & 0 \le t \le T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

4.1 Geben Sie eine allgemeine Formel zur Berechnung der Reaktion $g(t)$ an.

4.2 Skizzieren Sie $f(s)$ und $h(t-s)$.

4.3 Berechnen Sie $g(t)$.

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name:.. Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Aufgaben für Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Ein technischer Prozess (Eingangsgrößen $y(t)$ (Stellgröße) und $z(t)$ (Störgröße), Ausgangsgröße $x(t)$) wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{x}(t) = z(t) - y(t)$$

a) Die Eingangsgrößen sind $y(t) = 0$ und $z(t) = 1(t)$, wobei $1(t)$ die Einheitssprungfunktion mit $1(t) = 0$ für $t < 0$ und $1(t) = 1$ für $t > 0$ ist. Skizzieren Sie die prinzipielle Sprungantwort $x(t)$, wenn $x(t) = 0$ für $t < 0$.

b) Das System wird nun mit dem Regelgesetz $y(t) = x(t)$ geregelt. Welche Änderungen in der Sprungantwort im Vergleich zu a) ergeben sich?

c) Welche Auswirkungen hat das Regelgesetz $y(t) = 2\dot{x}(t) + x(t)$ im Vergleich zu a) und b)?

d) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung $x(t \to \infty)$ beim Regelgesetz nach Frage c)?

e) Wie ist das Regelgesetz nach Frage c) zu erweitern, wenn $x(t)$ der Soll- oder Führungsgröße $w(t)$ folgen soll?

Aufgabe 2

Ein technischer Prozess (Eingangsgrößen $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$), beschrieben durch die Differentialgleichung

$$\ddot{x}(t) + \dot{x}(t) + x(t) = 5\,y(t)$$

wird mit dem Regler $y(t) = -K_R x(t)$ geregelt.

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion $F(s) = \frac{X(s)}{Y(s)}$ des Prozesses?

b) Skizzieren Sie den Frequenzgang $F_o(j\omega)$ des offenen Regelkreises für $K_R = 1$ in der komplexen Ebene.

c) Geben Sie die Anzahl der Pole des geschlossenen Kreises in Abhängigkeit von K_R an, die einen positiven Realteil aufweisen.

d) Für welche Werte von K_R ist das System stabil?

Aufgaben für Regelungstechnik II

Aufgabe 1

Gegeben ist ein System (Eingangsgröße $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$) mit der Übertragungsfunktion

$$F(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{1}{s^2+1}.$$

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises, wenn das System durch einen Regler mit der Übertragungsfunktion $F_R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -K_R$ mit $K_R > 0$ geregelt wird. Ist der geschlossene Kreis stabilisierbar?

b) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises, wenn das System durch einen Regler mit der Übertragungsfunktion $F_R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -K_R(s+1)$ mit $K_R > 0$ geregelt wird.

c) Markieren Sie die auf der Wurzelortskurve nach Frage b) die Reglereinstellung, für die der geschlossenen Regelkreis ohne Schwingung schnellstmöglich einschwingt.

Aufgabe 2

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$, Zustandsvektor $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \qquad y(t) = c^T\,x(t)$$

$$\text{mit} \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad c^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Ist das System stabil?

b) Ist das System vollständig steuerbar?

c) Wie lautet die Übertragungsfunktion $F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ des Systems?

d) Als Regelung wird eine Zustandsrückführung der Form $u(t) = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \end{pmatrix} x(t)$ verwendet. Berechnen Sie k_1 und k_2 so, dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_1 = \lambda_2 = -2$ liegen.