Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2009

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

A. **Mathematik und Physik**
B. **Grundlagen der Elektrotechnik**
C. **C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik**

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt 40 Minuten. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

<u>Zugelassene Hilfsmittel:</u>
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 40 Minuten

8 Aufgaben (Teil A)

Name:... Nr.: ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik:

1. Aufgabe

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} = \pm \frac{x}{y}. \tag{1}$$

Welche geometrische Formen besitzen die Lösungen in der $x - y$-Ebene in Abhängigkeit vom Vorzeichen der rechten Seite?

2. Aufgabe

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v} := (3y, 2x, 0)$. Berechnen Sie den Fluss des Vektorfeldes

$$\int_E (\vec{v} \cdot d\vec{A}). \tag{2}$$

der durch das Ebenenstück

$$\vec{r} \cdot \vec{n} - 6 = 0 \tag{3}$$

mit $\vec{n} = (2/3, 3/20, 1)$ und $\vec{r} = (x, y, z)$ $(2 \leq x \leq 5,\ 1 \leq y \leq 4)$ geht; $d\vec{A}$ soll die Richtung der der Normalen der Ebene besitzen.

3. Aufgabe

Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $\mathbf{A}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

Bestimmen Sie weiterhin einen Eigenvektor für einen von null verschiedenen Eigenwert.

4. Aufgabe

Bestimmen Sie die Ableitung f'' der folgenden Funktion

$$y = f(x) = \frac{x^3\ \ln(x^2)}{2}. \tag{5}$$

Berechnen Sie den Wert von f' für $x = 1$.

Aufgaben aus der Physik

1. Aufgabe

Eine zunächst ruhende Masse m von $0,5\,kg$ erhält im Zeitpunkt $t = 0$ einen Schlag mit einer konstanten Kraft von $F = 500\,N$, der $0,01\,sec$ anhält.
Wie groß ist die Endgeschwindigkeit v_E nach dem Ende des Schlages und welchen Weg x_E legt die Masse vom Beginn bis zum Ende des Schlages zurück?

2. Aufgabe

Wie groß ist das Bild des Mondes auf dem Film eines Fotoapparates mit einer Brennweite von $50\,mm$, wobei der Monddurchmesser $D = 35\,km$ und die Entfernung zum Mond $E = 350000\,km$ beträgt.

3. Aufgabe

Wir setzen ein ideales Gas voraus und wollen im pV-Diagramm von einem Punkt $A = (V_1, p_1)$, der nicht der Nullpunkt ist, zu einem Punkt $B = (V_2, p_2)$ mit $V_2 > V_1$ und $p_2 > p_1$ gelangen. Dabei gehen wir auf einem Weg W_1 zunächst parallel zur p-Achse und dann parallel zur V-Achse, während wir auf dem Weg W_2 in umgekehrter Weise vorgehen. Die Änderung der inneren Energie ΔU des idealen Gases setzt sich aus der zugeführten Wärme ΔQ und aus der am System geleisteten Arbeit ΔA zusammen. Beschreiben Sie die physikalischen Vorgänge, wenn Sie einen Zylinder mit einem verschiebbaren Kolben zugrundelegen.

4. Aufgabe

Was passiert, wenn Sie zwei sinusförmige Vorgänge mit gleicher Amplitude $x_i(t) = \hat{x}\,\sin(\omega_i t)$ $(i = 1, 2)$ überlagern, deren Frequenzen ω_1 und ω_2 sich nur wenig – um $\Delta\omega$ – voneinander unterscheiden? Zeigen Sie das Resultat anhand einer Rechnung und erläutern Sie es anhand einer Skizze.

Hinweis: $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin((\alpha+\beta)/2) \cdot \cos((\alpha-\beta)/2)$

Test „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

16 Punkte (40 Minuten)

Name:.. Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

1 Wirkungsgrad

Gegeben ist das in Abbildung 1 gezeigte Netzwerk bestehend aus einer realen Stromquelle und einer Last aus vier Widerständen. Es gilt $I_q = 2\text{A}$ und $R_i = 100\Omega$.

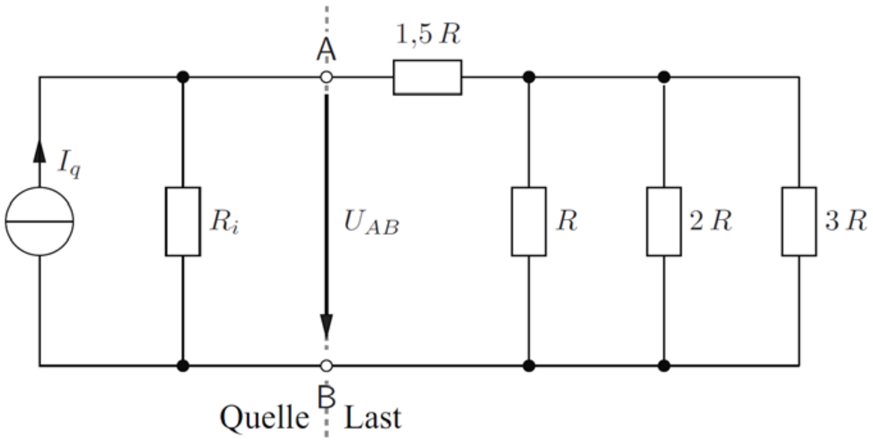


Abbildung 1: Last aus Widerstandsnetzwerk an realer Stromquelle

a) Berechnen Sie R, so dass sich eine Spannung $U_{\text{AB}} = 10\text{V}$ einstellt!

b) Berechnen Sie den Wirkungsgrad η bzgl. der Last bei $R = 220\Omega$!

2 Netzwerk

Gegeben ist das in Abbildung 2 gezeigte Netzwerk aus zwei magnetisch gekoppelten Kreisen.

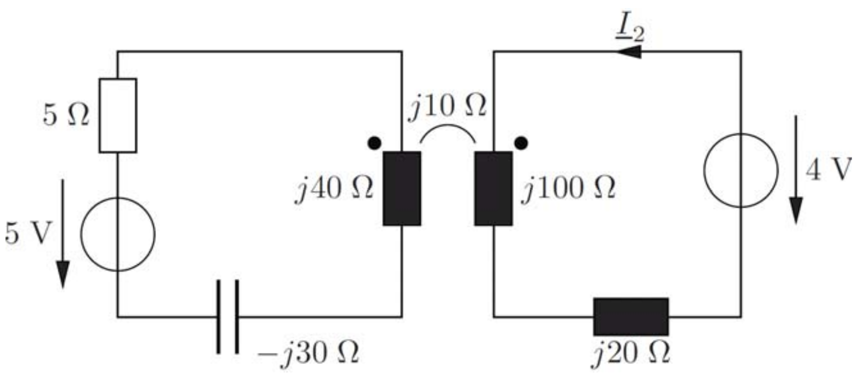


Abbildung 2: Magnetisch gekoppeltes Netzwerk

Berechnen Sie den eingetragenen Strom I_2!

3 Batterieentladung

Gegeben ist die Schaltung nach Abbildung 3. Dabei gilt:

$$u(q) = U_0 + \mathrm{k} \cdot q \text{ mit } \mathrm{k} > 0$$

Dabei ist q die im Akkumulator gespeicherte Ladung. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist der Akkumulator bereits mit der Ladung $q = q_0$ geladen.

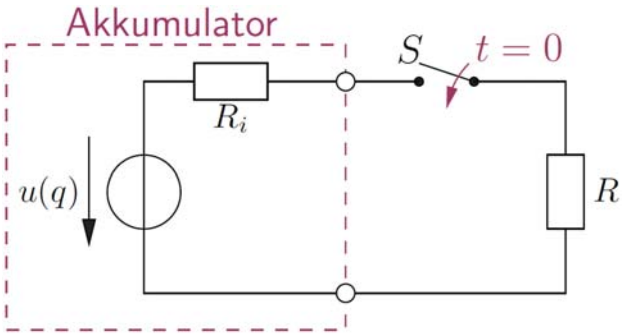


Abbildung 3: Last an einer Akkumulatorzelle

Bestimmen Sie $q(t)$ q(t) nach Schließen des Schalters S (für $t \geq 0$) in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

4 Bewegter Stab

Ein leitender Stab mit der Masse m und dem elektrischen Widerstand R gleitet reibungsfrei auf einem Paar paralleler ideal leitender Metallschienen (Abstand l). Die Anordnung befindet sich in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = -B \cdot \vec{e}_z$.

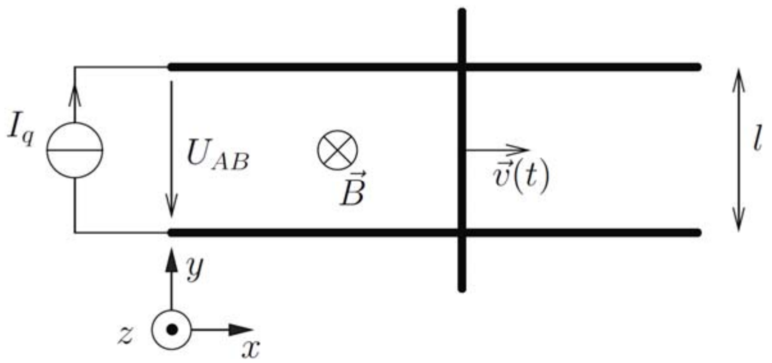


Abbildung 4: bewegter Stab

a) Zum Zeitpunkt $t = 0$ werden die Schienen mit einer idealen Stromquelle (I_q) verbunden und der Stab setzt sich in Bewegung. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ in Abhängigkeit von den gegebenen Größen

b) Zum Zeitpunkt $t = T_1$ wird die Stromquelle abgetrennt. Die Geschwindigkeit sei dann $\vec{v} = v_1 \cdot \vec{e}_x$. Bestimmen Sie die Spannung U_{AB} in Abhängigkeit von den gegebenen Größen und v_1!

Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name:.. Nr.: ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Test „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Es ist ein System mit der Zuordnungsvorschrift $f(t) \rightarrow g(t) = s(t) f(t)$ gegeben.

1.1 Zeigen Sie, dass das System zeitvariant ist.

1.2 Die Fourier-Transformierte $f(t), g(t)$ und $s(t)$ lauten $F(jw), G(jw)$ und $S(j\omega)$.
Geben Sie allgemein eine Berechnungsvorschrift zur Ermittlung von $G(jw)$ als Funktion von $S(j\omega)$ und $F(jw)$?

Die Fouriertransformierte $S(j\omega)$ lautet

$$S(j\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_a)$$

1.3 Geben Sie $G(jw)$ in Abhängigkeit von $F(jw)$ an.

Aufgabe 2

Gegeben ist ein lineares verschiebungsinvariantes diskretes System $\{x(k)\} \rightarrow \{y(k)\}$ mit der Systemfunktion $H(z)$:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 - z^{-1}}.$$

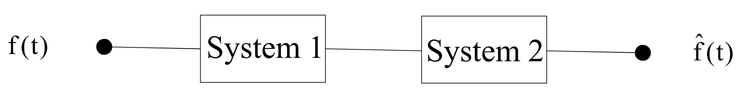
2.1 Berechnen Sie die Impulsantwort des Systems.

2.2 Berechnen Sie die Differenzengleichung für y_n.

2.3 Geben Sie eine Schaltungsstruktur für das System an.

Aufgabe 3

Es wird eine Kettenschaltung aus System 1 und 2 betrachtet.



Das System 1 wird mit der Zeitfunktion

$$f(t) = 4\cos(w_0 t + p/2)$$

erregt.

3.1 Geben Sie allgemein die Darstellung der Funktion $f(t)$ als Fourierreihe dar.

3.2 Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten von $f(t)$.

Die Zuordnungsvorschrift des System 1 lautet:

$$f(t) \rightarrow g(t) = f(t) + f^2(t)$$

3.3 Geben Sie eine Übertragungsfunktion für das LZI System 2 an, damit am Ausgang für $\hat{f}(t)$ die ursprüngliche Funktion $f(t)$ erscheint.

Hinweis:

$$cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 + cos(2x))$$

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes $\boxed{\text{System}}$ $f(t) \rightarrow g(t)$ mit der Sprungantwort:

$$w(t) = \begin{cases} \frac{T-t}{T} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t) = \begin{cases} 1 & -T \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

4.1 Geben Sie in allgemeiner Form die Vorschrift für die Berechnung der Reaktion $g(t)$ auf die Erregung $f(t)$.

4.2 Berechnen Sie die Reaktion $g(t)$ im Bereich $-T \leq t \leq T$.

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
• nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
• Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name:... Nr.: ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Aufgaben für Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Ein technischer Prozess (Eingangsgrößen $y(t)$ (Stellgröße) und $z(t)$ (Störgröße), Ausgangsgröße $x(t)$) wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{x}(t) + \dot{x}(t) = z(t) - y(t)$$

a) Die Eingangsgrößen sind $y(t) = 0$ und $z(t) = 1(t)$ wobei $1(t)$ die Einheitssprungfunktion mit $1(t) = 0$ für $t < 0$ und $1(t) = 1$ für $t > 0$ ist. Skizzieren Sie die prinzipielle Sprungantwort $x(t)$, wenn $x(t) = 0$ für $t < 0$.

b) Das System wird nun mit dem Regelgesetz $y(t) = x(t) - w(t)$ geregelt. Welche Änderungen in der Sprungantwort im Vergleich zu a) ergeben sich für $w(t) = 0$?

c) Welche Auswirkungen hat das Regelgesetz $y(t) = 2(x(t) - w(t))$ im Vergleich zu a) und b) mit $w(t) = 0$?

d) Welchen Zweck hat die zusätzliche Eingangsgröße $w(t)$ bei den oben gegebenen Regelgesetzen?

Aufgabe 2

Ein technischer Prozess (Eingangsgrößen $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$), beschrieben durch die Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) + x(t) = y(t)$$

wird mit dem Regler

$$\dot{y}(t) + y(t) = -K_R\, x(t)$$

geregelt.

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion $F_o(s)$ des offenen Regelkreises?

b) Skizzieren Sie den Frequenzgang $F_o(j\omega)$ des offenen Regelkreises für $K_R = 1$ in der komplexen Ebene.

c) Geben Sie die Anzahl der Pole des geschlossenen Kreises in Abhängigkeit von K_R an, die einen positiven Realteil aufweisen.

Aufgaben für Regelungstechnik II

Aufgabe 1

Gegeben ist ein System (Eingangsgröße $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$) mit der Übertragungsfunktion

$$F(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{s-1}{s^2+1}.$$

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises, wenn das System durch einen Regler mit der Übertragungsfunktion $F_R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -K_R$, $(K_R > 0)$ geregelt wird. Ist der geschlossene Kreis für alle $K_R > 0$ stabil?

b) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises, wenn das System durch einen Regler mit der Übertragungsfunktion $F_R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -\frac{K_R}{s}$, $(K_R > 0)$ geregelt wird. Ist der geschlossene Kreis mit diesem Regler stabilisierbar?

Aufgabe 2

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$, Zustandsvektor $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \qquad y(t) = c^T\,x(t).$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad c^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Ist das System stabil?

b) Das System wird mit der Zustandsrückführung $u(t) = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \end{pmatrix} x(t)$ geregelt. Für welche k_1 und k_2 hat das System Eigenwerte bei $\lambda_1 = \lambda_1 = -1$?

c) Wie kann auch dann eine Zustandsregelung anwenden, wenn nicht alle Zustände gemessen werden können?