Leibniz Universität Hannover

Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2008

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

A. Mathematik und Physik
B. Grundlagen der Elektrotechnik
C. C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt 40 Minuten. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Leibniz Universität Hannover

Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 40 Minuten

8 Aufgaben (Teil A)

Name:... Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik: Frühjahr 2008

2. Aufgabe

Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix **A**

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

wobei ein Eigenwert eine kleine $\underline{\text{ganze}}$ Zahl ist. Bestimmen Sie weiterhin mindestens einen Eigenvektor.

2. Aufgabe

Wir betrachten einen Zylinder mit der Höhe h, dessen runde Deckelflächen den Radius r besitzen. Berechnen Sie die Oberfläche des Zylinders in Abhängigkeit von h und r und bestimmen Sie h und r so, dass bei $\underline{\text{konstantem}}$ Volumen die Oberfläche des Zylinders minimal ist.

3. Aufgabe

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$1 - y^2 - x\,\frac{dy}{dx} = 0 \tag{2}$$

mit der Anfangsbedingung $y(1) = 1/2$, wobei die Lösung in der Form $x = (y)$ dargestellt werden soll.
Hinweis: Es gilt

$$\int \frac{d\xi}{1-\xi^2} = \ln\left(\sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}}\right) + C \tag{3}$$

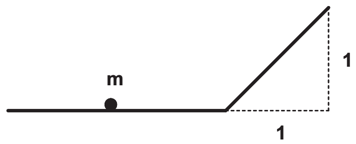
4. Aufgabe

Geben Sie an, unter welcher Bedingung ein Vektorfeld $\vec{v}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ein Potential $\varphi\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ besitzt; solche Felder nennt man auch konservativ. Prüfen Sie nach, ob das Vektorfeld $\vec{v} := (2xy + z^3, x^2, 3xz^3)$ konservativ ist.

Aufgaben aus der Physik

(März 2005)

1. Aufgabe



Eine Masse m von $1\,kg$, die sich unter dem Einfluss der Schwerkraft (Erdbeschleunigung wird zu $10 m/s^2$ angenommen) zunächst reibungsfrei auf einer Ebene bewegt, setzt ihre Bewegung reibungsfrei auf einer Ebene mit einem Steigungswinkel von $45°$ fort, deren Länge $\sqrt{2}\,m$ beträgt. Wenn die Masse die Ebene verlässt, besitzt sie eine Geschwindigkeit von $v_0 = \sqrt{2} m/s$. Bestimmen Sie den Abstand von der Kante der schrägen Ebene, wo die Masse nicht mehr steigt.

2. Aufgabe

In einem Gefäß schwimmt ein Holzquader im Wasser. Er taucht $h = 80mm$ tief ein. Der Klotz ist $L = 200mm$ lang, $B = 180mm$ breit und $H = 140mm$ hoch. Die Dichte des Wassers beträgt $\varrho_W = 1 \cdot 10^3\, kg/m^3$.

Berechnen Sie den im Wasser bei der Grundfläche des Quaders herrschenden, durch das Wasser verursachten Druck. Machen Sie dazu eine Skizze der Anordnung.

3. Aufgabe

Bei einem Hohlspiegel mit dem Krümmungsradius $r = 25cm$ befindet sich der Gegenstand in einer Entfernung $g = 65cm$. Bestimmen Sie die Bildweite b. Machen Sie dazu eine Skizze der Anordnung.

4. Aufgabe

In einem konstanten elektrischen Feld wird eine Ladung gleichförmig beschleunigt. Dagegen bewegen sich Ladungen – Elektronen – in einem drahtförmigen metallischen Leiter mit nahezu konstanter Geschwindigkeit, wenn an den Enden des Drahtes eine elektrische Spannung und damit ein elektrisches Feld angelegt wird. Erklären Sie, warum dieser Unterschied eintritt. Welche Leitfähigkeit hat ein reiner Halbleiter am absoluten Nullpunkt. Begründen Sie Ihre Antwort.

Test „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

16 Punkte (40 Minuten)

Name:.. Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

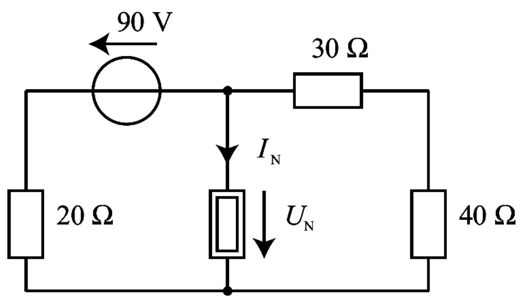
- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

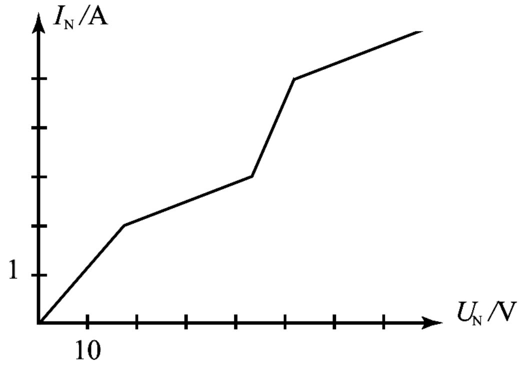
Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

1. Nichtlinearer Widerstand

Gegeben ist folgendes Netzwerk mit einem nichtlinearen Widerstand.

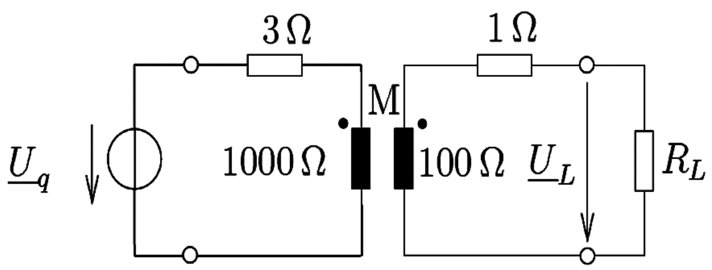




Wie groß ist der Strom durch diesen Widerstand?

2. Netzwerk mit Transformator

Gegeben ist das harmonisch erregte Transformatornetzwerk.
Es gilt $|\omega M| = 300\,\Omega$.



Auf der Sekundärseite des Transformators soll ein Ohm'scher Verbraucher $R_L = 50\,\Omega$ mit einer Spannung $\underline{U}_L = 230\,\text{V}$ gespeist werden. Berechnen Sie den Effektivwert der Spannung $\underline{U}_q$!

3.Schaltvorgang

Gegeben ist die Schaltung nach Abbildung 1, deren Schalter S zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen wird. Der Kondensator C ist vor dem Schaltvorgang auf die Spannung $u_c(0) = U_q$ aufgeladen. Es gilt $i_q(t) = I_q \cdot \mathrm{e}^{\alpha t}$ mit $\alpha > 0$.

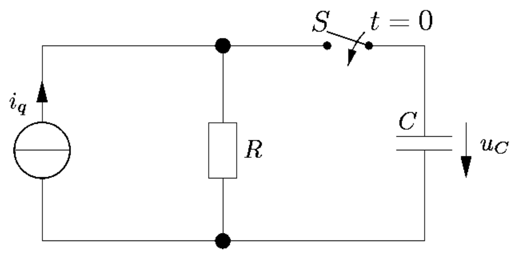


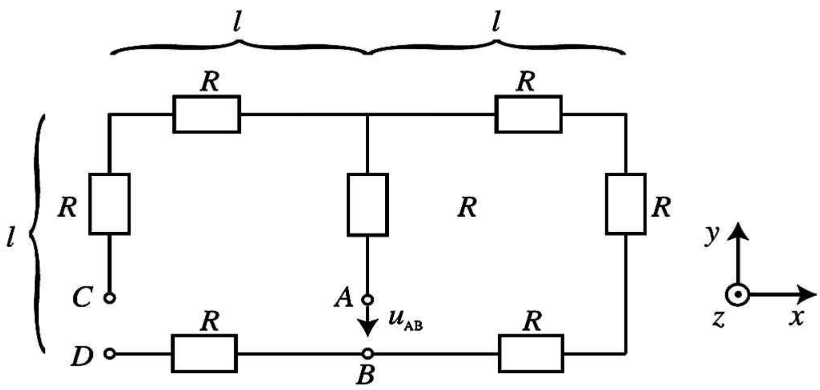
Abbildung 1: Netzwerk mit einem Speicher

Bestimmen Sie in Abhängigkeit der gegebenen Größen den Faktor I_q, bei dem zum Umschaltzeitpunkt $t = 0$ kein Ausgleichsvorgang stattfindet!

4. Bewegte Leiterschleife

Die unten dargestellte widerstandsbehaftete starre Leiterschleife bewegt sich mit einer Geschwindigkeit $\vec{v} = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\vec{e}_x$ durch ein homogenes, zeitveränderliches Magnetfeld $\vec{B}(t) = t \cdot 0{,}3\,\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}}\vec{e}_z$.

Es gilt $l = 10\,\mathrm{cm}$, $R = 100\,\Omega$.



a) Die Klemmen C und D sind zunächst offen.
Berechnen Sie die Spannung u_{AB} zum Zeitpunkt $t = 1\,\mathrm{s}$!

b) Die Klemmen C und D werden nun verbunden.
Berechnen Sie die Spannung u_{AB} zum Zeitpunkt $t = 2\,\mathrm{s}$!

Signale / Systeme und
Regelungstechnik

Leibniz Universität Hannover

Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name:... Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Test „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System mit der Zuordnungsvorschrift $f(t) \to g(t) = f(t - t_0)$. Die Funktion $f(t)$ hat die Fourier-Transformierte $F(\mathrm{j}\omega)$.

1.1 Geben Sie die Impulsantwort $h(t)$ vom System an.

1.2 Geben Sie die Fourier-Transformierte $G(\mathrm{j}\omega)$ von $g(t)$ in Abhängigkeit von $F(\mathrm{j}\omega)$ an?

Das Eingangssignal sei $f(t) = j\sin(\omega_0 t)$.

1.3 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $F(\mathrm{j}\omega)$ von $f(t)$ und skizzieren Sie $F(\mathrm{j}\omega)$.

Aufgabe 2

Gegeben ist ein zeitdiskretes System $\{x(k)\} \to \{y(k)\}$ mit der Systemfunktion $H(z)$:

$$H(z) = \frac{2 - z^{-1}}{1 - z^{-1}}.$$

2.1 Geben Sie die Differenzengleichung für das System in Abhängigkeit von $x(k)$ und $y(k)$ an.

2.2 Berechnen Sie die Impulsantwort $\{h(k)\}$ des Systems.

2.3 Ist das System stabil? (Begründung).

Aufgabe 3

Gegeben ist eine periodische Zeitfunktion $f(t)$ mit

$$f(t) = f(t + t_0)$$

und

$$f(t) = t \quad \text{für} \quad 0 \le t \le t_0 .$$

3.1 Skizzieren Sie $f(t)$ für $-t_0 \le t \le 2t_0$.

3.2 Geben Sie allgemein eine Berechnungsvorschrift zur Ermittlung der komplexen Fourierkoeffizienten c_n von $f(t)$ an.

3.3 Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten c_n für die Funktion $f(t)$ für $n \neq 0$.

Hinweis: $\int x e^{ax} dx = \frac{1}{a^2}(ax - 1)e^{ax}$.

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes $\boxed{\text{kontinuierliches System}}$ $f(t) \rightarrow g(t)$ mit der $\boxed{\text{Impulsantwort}}$:

$$h(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ -1 & T \leq t \leq 2T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

4.1 Geben Sie eine allgemeine Formel zur Berechnung der $\boxed{\text{Reaktion}}$ $g(t)$ an.

4.2 Skizzieren Sie $f(s)$ und $h(t-s)$.

4.3 Berechnen Sie $g(t)$ im Intervall $T \leq t \leq 2T$.

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name:... Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Aufgaben für Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Ein technischer Prozess (Eingangsgrößen $y(t)$ (Stellgröße) und $z(t)$ (Störgröße), Ausgangsgröße $x(t)$) wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{x}(t) + 2\,\dot{x}(t) + x(t) = z(t) - y(t)$$

a) Die Eingangsgrößen sind $y(t) = 0$ und $z(t) = 1(t)$, wobei $1(t)$ die Einheitssprungfunktion mit $1(t) = 0$ für $t < 0$ und $1(t) = 1$ für $t > 0$ ist. Skizzieren Sie die prinzipielle Sprungantwort $x(t)$ für das energiefreie System.

b) Das System wird nun mit dem Regelgesetz $y(t) = 4\,\dot{x}(t)$ geregelt. Welche Änderungen in der Sprungantwort im Vergleich zu a) ergeben sich?

c) Welche Auswirkungen hat das Regelgesetz $y(t) = 3\,x(t)$ im Vergleich zu a) und b)?

d) Wie ist das Regelgesetz nach Frage c) zu erweitern, wenn $x(t)$ der Soll- oder Führungsgröße $w(t)$ folgen soll?

Aufgabe 2

Ein technischer Prozess (Eingangsgrößen $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$), beschrieben durch die Differentialgleichung

$$2\,\dot{x}(t) + x(t) = \dot{y}(t) + y(t)$$

wird mit dem Regler $\quad y(t) = -K_R x(t), \quad (-\infty < K_R < \infty) \quad$ geregelt.

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion $F(s) = \frac{X(s)}{Y(s)}$ des Prozesses?

b) Skizzieren Sie den Frequenzgang $F_o(j\omega)$ des offenen Regelkreises für $K_R = 1$ in der komplexen Ebene.
<u>Hinweis:</u> Bestimmen Sie die Werte von $F_o(j\omega)$ für $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$.

c) Geben Sie die Anzahl der Pole des geschlossenen Kreises, die einen positiven Realteil aufweisen, in Abhängigkeit von K_R an.

d) Für welche Werte von K_R ist das System stabil?

Aufgaben für Regelungstechnik II

Aufgabe 1

Gegeben ist ein System (Eingangsgröße $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$) mit der Übertragungsfunktion

$$F(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{s-1}{s+2}.$$

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises, wenn das System durch einen Regler mit der Übertragungsfunktion $F_R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -K_R$ mit $K_R > 0$ geregelt wird und markieren Sie die Reglereinstellung, für die der Regelkreis instabil wird.

b) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises, wenn das System durch einen Regler mit der Übertragungsfunktion $F_R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -\frac{K_R}{s}$ mit $K_R > 0$ geregelt wird.

c) Ist der geschlossene Regelkreis mit dem Regler nach Frage b) stabilisierbar?

Aufgabe 2

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$, Zustandsvektor $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \qquad y(t) = c^T\,x(t)$$

$$\text{mit} \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad c^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Ist das System stabil?

b) Ist das System vollständig steuerbar?

c) Ist das System vollständig beobachtbar?

d) Als Regelung wird eine Zustandsrückführung der Form $u(t) = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \end{pmatrix} x(t)$ verwendet. Berechnen Sie k_1 und k_2 so, dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_1 = \lambda_2 = -3$ liegen.