Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2013 (Sommersemester)

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

A. Mathematik und Physik
B. Grundlagen der Elektrotechnik
C. C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt **30 Minuten**. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Leibniz Universität Hannover

Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 30 Minuten

6 Aufgaben (Teil A)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik

Aufgabe 1:
Zeigen Sie, dass die zweimal differenzierbare reellwertige Funktion $\varphi : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$

$$\varphi(t,x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda t}}\, e^{-\frac{x^2}{4\lambda t}}$$

eine Lösung der folgenden partiellen Differentialgleichung ist

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}.$$

Aufgabe 2:
Gegeben sei ein Vektorfeld $\vec{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ in kartesischen Koordinaten $\vec{r} = (x,y,z)^T$

$$\vec{F}(\vec{r}) := \begin{pmatrix} 2y \\ x^2 \\ -3z \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Linienintegral über die Kurve C, die durch den Ortsvektor $\vec{r}(t) = (t, 1+2t^3, t^2)^T \ (1 \le t \le 3)$ beschrieben wird.

Aufgabe 3:
Bestimmen Sie die drei Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren der folgenden Matrix, wobei bekannt ist, dass die drei Eigenwerte kleine ganze Zahlen sind.

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

Aufgaben aus der Physik

Aufgabe 1:

Eine Masse m von $1\,kg$, die sich unter dem Einfluss der Schwerkraft (Erdbeschleunigung wird zu $10m/s^2$ angenommen) zunächst reibungsfrei auf einer Ebene bewegt, trifft auf eine Kante und setzt ihre Bewegung im freien Fall fort. Wenn die Masse die Ebene verlässt, besitzt sie eine Geschwindigkeit von $v_0 = \sqrt{2}m/s$.

a) Zeichnen Sie den qualitativen Verlauf der Bewegung der Masse. b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung der Masse bezogen auf ein Koordinatensystem, dessen Nullpunkt an der Kante platziert ist. c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes, in dem sich die Masse 3 Sekunden nach Verlassen der Ebene befindet.

Aufgabe 2

Eine (dünne) Linse besitzt eine Brennweite von $f = 70\,mm$. Ein Gegenstand ist $490\,mm$ von der Linse entfernt.

a) Geben Sie eine Skizze der beschriebenen Situation an. b) In welchem Abstand befindet sich das Bild des Gegenstandes nach der Abbildung durch die Linse auf einem Schirm. c) Der Gegenstand besitzt bezogen auf die optische Achse eine Höhe von $h = 2\,m$. Wie groß ist das Bild des Gegenstandes auf dem Schirm?

Aufgabe 3

An einer vertikal aufgehängten Feder mit der Federkonstanten k hängt eine Kugel mit der Masse m. Die Erdbeschleunigung g kann vernachlässigt werden. Die Feder wird aus der Ruhelage ausgelenkt und führt eine schwingende Bewegung aus.

a) Zeichnen Sie den qualitativen Verlauf der Bewegung. b) Ermitteln Sie die Bewegungsgleichung der Masse. c) Bestimmen Sie die Frequenz der Schwingung.

Prüfungsteil „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

<u>Zugelassene Hilfsmittel:</u>
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

12 Punkte (30 Minuten)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor
1		
2		
3		
Σ		

Magnetfeld einer Spule (4 Punkte)

Gegeben ist der Eisenkreis nach Abb. 1 mit einem quadratischen Querschnitt der Seitenlänge a. Dieser trägt eine Spule bestehend aus n Windungen, die vom Strom I durchflossen wird. Der Strom I sowie die konstante Permeabilität des Eisens μ_{Fe} wird als bekannt vorausgesetzt. Es gilt $\delta \ll r_i$ und $\mu_0 \ll \mu_{Fe}$.

Im übrigen Raum gilt $\mu = \mu_0$. Streu und Randeffekte sind zu vernachlässigen.

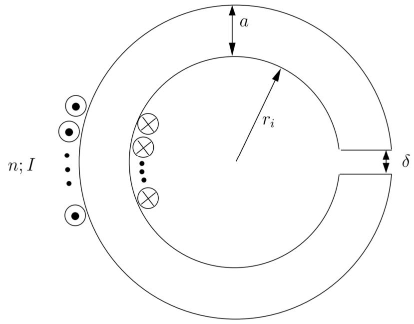


Abbildung 1: Spule mit Kern

Bestimmen Sie den Betrag der magnetischen Feldstärke im Eisen $\left|\vec{H}_{Fe}(r)\right|$ in Abhängigkeit von den gegebenen Größen!

Mehrfrequente Anregung (3 Punkte)

Gegeben ist das Netzwerk nach Abb. 2, welches von der Spannung $u_e(t)$ mit dem abgebildeten diskreten Amplitudenspektrum gespeist wird.

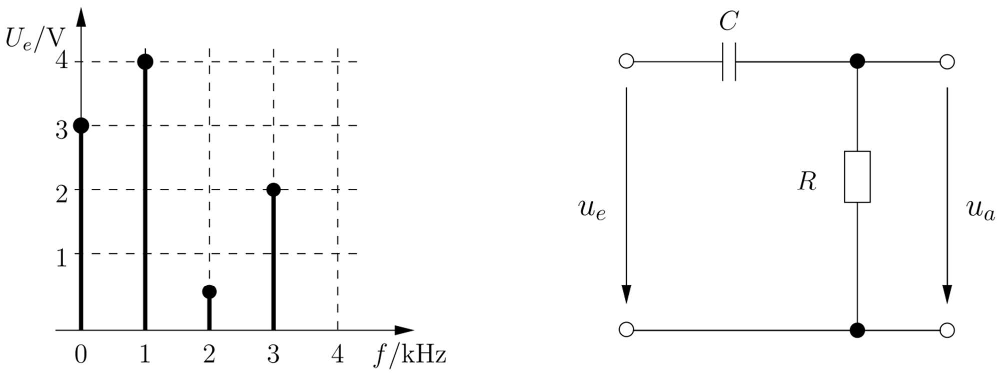


Abbildung 2: Anregung und Netzwerk

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Netzwerks $\underline{H} = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}$ in Abhängigkeit von den gegebenen Größen!

Im Folgenden gilt: $R = 5\ \Omega$ und $C = 15\ \mu\text{F}$.

b) Berechnen Sie das Amplitudenspektrum von $u_a(t)$ für $0 \leq f < 4$ kHz!

Blindleistungskompensation (5 Punkte)

An einem Wechselspannungsnetz mit $U_q = 230$ V, $f = 50$ Hz und $R_i = 1\ \Omega$ ist ein Verbraucher mit dem Phasenwinkel $\varphi = 13{,}4\,°$ gemäß Abb. 3 angeschlossen.

Für $C = 0$ F ist die aufgenommene Scheinleistung des Verbrauchers $S = 3186$ VA bei $U = 215{,}6$ V.

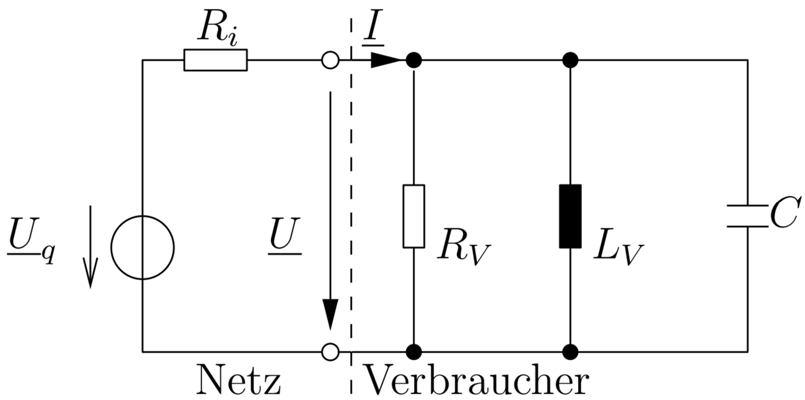


Abbildung 3: Netzwerk

a) Berechnen Sie R_V und L_V!

b) Berechnen Sie C so, dass der Verbraucher keine Blindleistung aufnimmt!

Leibniz Universität Hannover

Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Test „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Gegeben ist ein lineares System mit der Zuordnungsvorschrift $f(t) \rightarrow g(t) = af(t + t_0)$.

1.1 Unter welcher Bedingung ist das System kausal?
1.2 Bestimmen Sie die Impulsantwort des Systems.

Das Eingangssignal sei $f(t) = \sin(2\omega_0 t)$.

1.3 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $G(j\omega)$ von $g(t)$ und skizzieren Sie $|G(j\omega)|$

Aufgabe 2

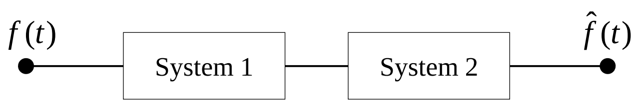
Die Folge $\{x(k)\}$ am Eingang eines diskreten LTI Systems ergibt am Ausgang die Folge:

$$\{y(k)\} = a_0\{x(k)\} + a_2\{x(k-2)\} + b_1\{y(k-1)\}$$

2.1 Berechnen Sie die Systemfunktion $H(z)$ des Systems.
2.2 Skizzieren Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm für $a_0 = b_1 = 0.5$ und $a_2 = 2$.
2.3 Ist das System für die in 2.2 gegebenen Werte stabil? Begründen Sie.

Aufgabe 3

Es wird eine Kettenschaltung aus System 1 und 2 betrachtet.



Das System 1 wird mit der Zeitfunktion

$$f(t) = \frac{1}{4}\sin(3\omega_0 t - \varphi_0)$$

erregt.
Hinweis:

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

3.1 Geben Sie allgemein die Darstellung der Funktion $f(t)$ als reelle Fourierreihe dar.

3.2 Berechnen Sie die reellen Fourierkoeffizienten von $f(t)$.

Die Zuordnungsvorschrift des System 1 lautet:

$$f(t) \to g(t) = f^2(t) - f(t)$$

3.3 Geben Sie eine Übertragungsfunktion für das zeitinvariante System 2 an, damit am Ausgang für $\hat{f}(t)$ die ursprüngliche Funktion $f(t)$ erscheint.

Hinweis:

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System $f(t) \to g(t)$ mit der Impulsantwort:

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{T}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t < 0 \cap t > T \end{cases}$$

4.1 Geben Sie in allgemeiner Form die Vorschrift für die Berechnung der Reaktion $g(t)$ auf die Erregung $f(t)$.

4.2 Berechnen Sie die Reaktion $g(t)$ im Bereich $0 \leq t$.

Leibniz Universität Hannover

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Ein dynamisches System (Eingangsgrößen $y(t)$ (Stellgröße) und $z(t)$ (Störgröße), Ausgangsgröße $x(t)$) wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{x}(t) + x(t) = z(t) - y(t)$$

a) Wo liegen die Eigenwerte des Systems? Ist das System stabil?

b) Geben Sie die Übertragungsfunktion $F_{R1}(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ des Reglers an, der im geschlossenen Kreis zum aperiodischen Grenzfall führt.

Aufgabe 2

Ein dynamisches System (Eingangsgröße $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$), beschrieben durch die Übertragungsfunktion

$$F_2(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s\,(s+1)}$$

wird mit einem P-Regler (Verstärkung K_R, $-\infty < K_R < \infty$, negative Rückführung) geregelt.

a) Skizzieren Sie den Frequenzgang $F_O(j\omega)$ des offenen Regelkreises für $K_R = 1$ in der komplexen Ebene.

b) Überprüfen Sie die Stabilität des geschlossenen Regelkreises in Abhängigkeit von K_R mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums.

Regelungstechnik II

Aufgabe 3

Gegeben ist ein System mit der Übertragungsfunktion $F_3(s)$, das mit einem Regler mit der Übertragungsfunktion $F_{R3}(s)$ in negativer Rückführung geregelt wird. Es gilt:

$$F_3(s) = \frac{1}{s^2} \quad , \qquad F_{R3}(s) = K_R\,\frac{s+a}{s+2}, \qquad K_R > 0, \quad a > 0$$

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises für $a = 1$. Berechnen Sie hierzu den Wurzelschwerpunkt σ_w.

b) Für welchen Bereich von a ist der Regelkreis nicht stabilisierbar?

Aufgabe 4

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$, Zustandsvektor $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \quad y(t) = c^T\,x(t) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Wo liegen die Eigenwerte des Systems?

b) Wie lautet eine Zustandsrückführung $u(t) = k^T\,x(t)$, damit die Eigenwerte des geschlossenen Kreises bei $s_{1,2} = -1$ liegen?