Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2014 (Sommersemester)

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

A. **Mathematik und Physik**

B. **Grundlagen der Elektrotechnik**

C. **C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik**

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt **30 Minuten**. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 30 Minuten

6 Aufgaben (Teil A)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik

(September 2013)

Aufgabe 1:
Ermitteln Sie die Lösung $x(t)$ der folgenden Differentialgleichung

$$\frac{dx}{dt} = x(x-1),$$

wobei $x(0) = 1$ gilt. Welchen Wert besitzt die Lösung für $t \to \infty$?

Hinweis: Es gilt
$$\int \frac{1}{\xi + a} d\xi = \ln(\xi + a).$$

Aufgabe 2:
Gegeben seien zwei Skalarfelder $F, G : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ in kartesischen Koordinaten $\vec{r} = (x,y,z)^T$

$$F(\vec{r}) := \frac{1}{2}\left(x^2 + y^2\right) \quad G(\vec{r}) := \frac{1}{2}\left(y^2 + z^2\right)$$

Ermitteln Sie das folgende Vektorfeld

$$\vec{N}(\vec{r}) = \nabla F \times \nabla G$$

und bestimmen Sie den Betrag von $\vec{N}$.

Aufgabe 3:
Bestimmen Sie den Wert von a, für den die folgende Matrix nicht invertierbar ist

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ a & 4 & -4 \\ 14 & -2 & 8 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie für den Wert von $a = -4$ alle Eigenwerte und den Eigenvektor des ganzzahligen Eigenwertes.

Aufgaben aus der Physik

(September 2013)

Aufgabe 1:

Eine 50 kg schwere Kiste rutscht eine 20° geneigte schiefe Ebene hinunter. Die Gleitreibung soll mit $\mu = 0.03$ berücksichtigt werden. Die Erdbeschleunigung wird zu $10\,m/s^2$ angenommen. a) Berechnen Sie die Kräfte senkrecht und parallel zur schiefen Ebene. b) Welche Geschwindigkeit besitzt die Kiste nach einer Strecke von 50 Metern?

Aufgabe 2

Sie sitzen schon seit längerem in Ihrer Badewanne und das Wasser (70 Liter) hat sich inzwischen auf 30° C abgekühlt. Wieviel Liter heißes Wasser (60° C) müssen Sie nachlaufen lassen, um wieder auf angenehme 37° C zu kommen? (Wärmekapazität $c_{Wasser} = 4.183 kJ/(Kkg)$)).

Aufgabe 3

Eine Tauchkapsel (U-Boot) hat eine Ausstiegsöffnung, wobei der runde Deckel einen Durchmesser von 0,6 m besitzt. Mit welcher Kraft drückt das Wasser in einer Tiefe von 20 m auf den Deckel? (Erdbeschleunigung $10\,m/s^2$, Wasserdichte $1 \cdot 10^3\,kg/m^3$)

Prüfungsteil „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

12 Punkte (30 Minuten)

Name:... Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor
1		
2		
3		
Σ		

Aufgabe 1: Verlustbehaftete Induktivität **(5 Punkte)**

In der Schaltung nach Abb. 1 wird über einer verlustbehafteten Spule, bestehend aus dem Spulenwiderstand R_L und der Induktivität L, der Spannungsverlauf $u_L(t)$ und über dem Widerstand R die Spannung $u_R(t)$ gemessen. Beide Spannungsverläufe sind in Abb. 2 dargestellt. Es gilt $R = 10\,\Omega$.

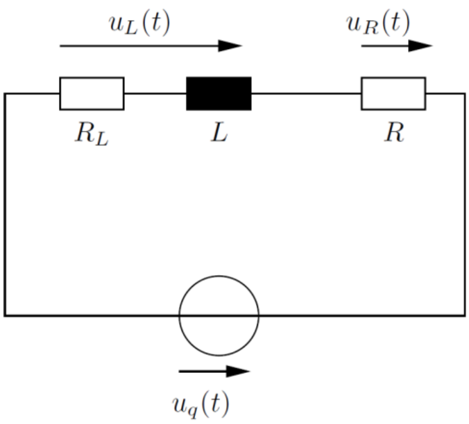


Abbildung 1: Netzwerk mit verlustbehafteter Spule

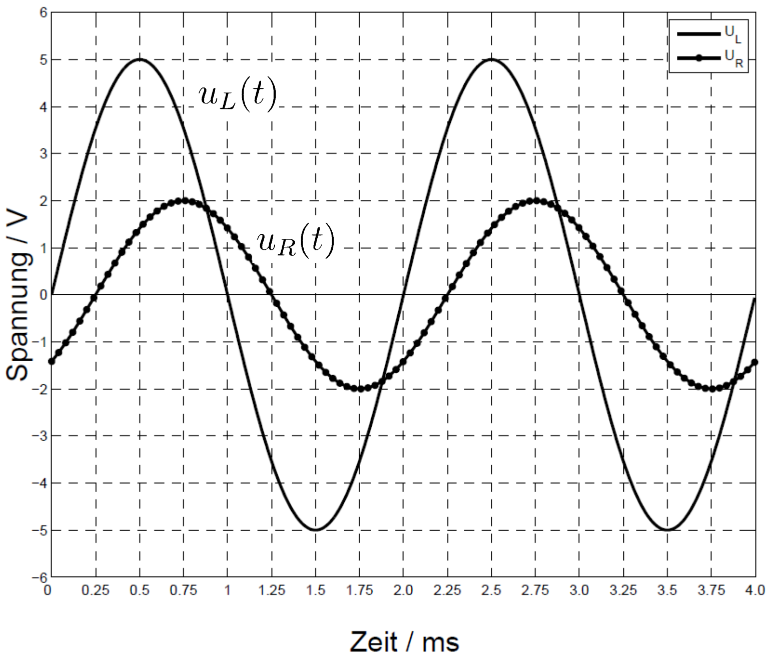


Abbildung 2: Zeitverläufe von $u_R(t)$ und $u_L(t)$

Berechnen Sie R_L und L!

Aufgabe 2: Unsymmetrisches Drehstromnetzwerk **(2 Punkte)**

Gegeben ist das Netzwerk nach Abb. 3. Es gilt $\underline{a} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}120°}$, $\underline{U} = 120\,\mathrm{V}$, $\underline{Z}_1 = 10\,\Omega$, $\underline{Z}_2 = (10 + \mathrm{j}10)\,\Omega$ und $\underline{Z}_3 = (10 - \mathrm{j}10)\,\Omega$.

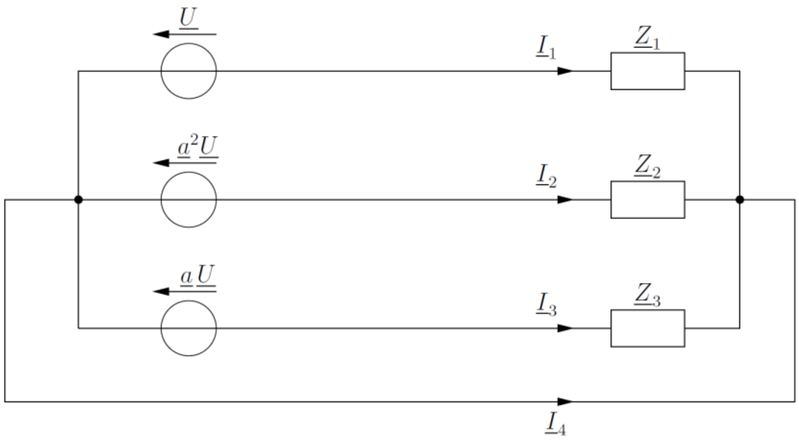


Abbildung 3: Unsymmetrisches Drehstromnetzwerk

Berechnen Sie den Strom $\underline{I}_4$!

Aufgabe 3: Stromdurchflossener Leiter **(5 Punkte)**

Gegeben ist ein Leiter mit kreisförmigem Querschnitt gemäß Abb. 4. Der Leiter wird von einer Stromdichte $\vec{S} = \frac{S_0}{a} \cdot r \cdot \vec{e}_\varphi + \frac{S_0}{a} \cdot r \cdot \cos(\varphi) \cdot \vec{e}_z$ durchströmt. Außerhalb des Leiters gilt $\vec{S} = 0$. Die Größen S_0 und a sind gegeben.

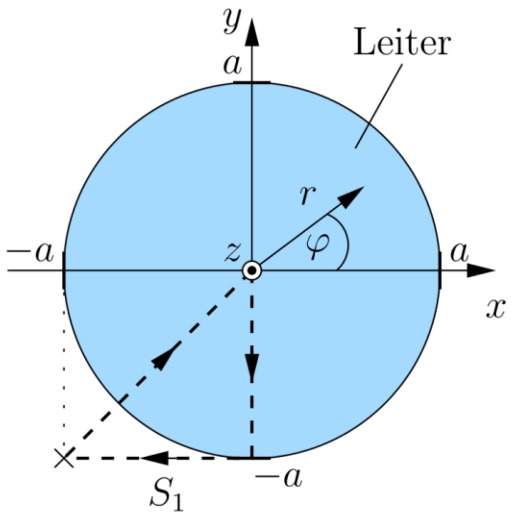


Abbildung 4: Stromdurchflossener Leiter

Bestimmen Sie die magnetische Umlaufspannung $\mathring{V} = \oint \vec{H}\mathrm{d}\vec{s}$ entlang des Weges S_1 in Abhängigkeit von den gegebenen Größen!

Test: Teil C1 „Signale/Systeme"

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name:..

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Test „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Gegeben ist ein lineares System mit der Zuordnungsvorschrift $f(t) \rightarrow g(t) = af(t + t_0)$.

1.1 Unter welcher Bedingung ist das System kausal?
1.2 Bestimmen Sie die Impulsantwort des Systems.

Das Eingangssignal sei $f(t) = \sin(2\omega_0 t)$.

1.3 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $G(j\omega)$ von $g(t)$ und skizzieren Sie $|G(j\omega)|$

Aufgabe 2

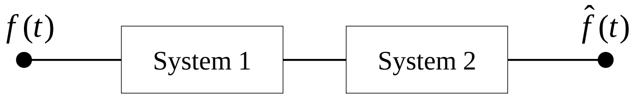
Die Folge $\{x(k)\}$ am Eingang eines diskreten LTI Systems ergibt am Ausgang die Folge:

$$\{y(k)\} = a_0\{x(k)\} + a_2\{x(k-2)\} + b_1\{y(k-1)\}$$

2.1 Berechnen Sie die Systemfunktion $H(z)$ des Systems.
2.2 Skizzieren Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm für $a_0 = b_1 = 0.5$ und $a_2 = 2$.
2.3 Ist das System für die in 2.2 gegebenen Werte stabil? Begründen Sie.

Aufgabe 3

Es wird eine Kettenschaltung aus System 1 und 2 betrachtet.



Das System 1 wird mit der Zeitfunktion

$$f(t) = \frac{1}{4}\sin(3\omega_0 t - \varphi_0)$$

erregt.
Hinweis:

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

3.1 Geben Sie allgemein die Darstellung der Funktion $f(t)$ als reelle Fourierreihe dar.

3.2 Berechnen Sie die reellen Fourierkoeffizienten von $f(t)$.

Die Zuordnungsvorschrift des System 1 lautet:

$$f(t) \rightarrow g(t) = f^2(t) - f(t)$$

3.3 Geben Sie eine Übertragungsfunktion für das zeitinvariante System 2 an, damit am Ausgang für $\hat{f}(t)$ die ursprüngliche Funktion $f(t)$ erscheint.

Hinweis:

$$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System $f(t) \rightarrow g(t)$ mit der Impulsantwort:

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{T}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t < 0 \cap t > T \end{cases}$$

4.1 Geben Sie in allgemeiner Form die Vorschrift für die Berechnung der Reaktion $g(t)$ auf die Erregung $f(t)$.

4.2 Berechnen Sie die Reaktion $g(t)$ im Bereich $0 \leq t$.

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Ein dynamisches System (Ausgangsgröße $y(t)$, Stellgröße $u(t)$, Störgröße $z(t)$) wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\dot{y}(t) + y(t) = z(t) - u(t) \quad .$$

a) Wo liegt der Eigenwert des Systems? Ist das System stabil?

b) Geben Sie die Differentialgleichung des geschlossenen Regelkreises an (Eingangsgrößen $z(t)$ und Sollgröße $w(t)$), wenn ein I-Regler der Form

$$u(t) = \int_0^{\tau} (y(t) - w(t))\, d\tau$$

zum Einsatz kommt.

Aufgabe 2

Ein dynamisches System (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$), beschrieben durch die Übertragungsfunktion

$$F_2(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1-s}{(1+s)^2}$$

wird mit einem P-Regler (Verstärkung K_R, $-\infty < K_R < \infty$, negative Rückführung) geregelt.

a) Skizzieren Sie den Frequenzgang $F_O(j\omega)$ des offenen Regelkreises für $K_R = 1$ in der komplexen Ebene.

b) Ermitteln Sie aus Ihrer Skizze die Amplitudenreserve des geschlossenen Regelkreises.

Regelungstechnik II

Aufgabe 3

Gegeben ist ein System mit der Übertragungsfunktion $F_3(s)$, das mit einem Regler mit der Übertragungsfunktion $F_{R3}(s)$ in negativer Rückführung geregelt wird. Es gilt:

$$F_3(s) = \frac{1}{s^2+1} \quad , \qquad F_{R3}(s) = K_R\,\frac{s-1}{s+1}, \qquad K_R > 0$$

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises. Berechnen Sie hierzu den Wurzelschwerpunkt σ_w.

b) Ist der geschlossene Kreis für alle $K_R > 0$ stabil?

Aufgabe 4

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$, Zustandsvektor $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \quad y(t) = c^T x(t) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Wie lautet eine Zustandsrückführung $u(t) = k^T x(t)$, damit die Eigenwerte des geschlossenen Kreises bei $s_{1,2} = -5$ liegen?

b) Geben Sie die allgemeine Differentialgleichung eines Beobachters mit dem Zustand $\hat{x}$ an, der den Systemzustand rekonstruieren kann.