Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2010 (Sommersemester)

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

A. Mathematik und Physik
B. Grundlagen der Elektrotechnik
C. C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt 40 Minuten. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Test: Teil A „Mathematik und Physik"

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 40 Minuten

8 Aufgaben (Teil A)

Name:..

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik: Frühjahr 2010

1. Aufgabe

Berechnen Sie den Gradienten der Skalarfelder $f(x,y) = xy + xy^2 + 7x^2 - 3$ und $g(x,y,z) = x^2y^2 + z^2$ und bestimmen Sie Rotation und Divergenz des Vektorfeldes

$$\vec{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x^2 \\ y \\ z \end{pmatrix}. \tag{1}$$

In welchem Punkt $(x,y,z)^T$ ist das Vektorfeld $\vec{F}$ divergenzfrei.

2. Aufgabe

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{G}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{G}(x,y,z) := (-y,x,0)^T$. Berechnen Sie Linienintegral des Vektorfeldes auf dem Weg $\vec{r}(t)$ vom Punkt

$$\vec{r}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{zum Punkt} \quad \vec{r}(1) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

entlang der entsprechenden Diagonalen.

3. Aufgabe

Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $\mathbf{A}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

Bestimmen Sie alle Eigenwerte mit Hilfe der charakteristischen Gleichung und den Eigenvektor für den betragsgrößten Eigenwert. Hinweis: Die Eigenwerte sind kleine ganze Zahlen.

4. Aufgabe

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $y(x)$ der Differentialgleichung

$$\frac{1}{2}y'(x) - y(x) = e^x, \tag{4}$$

mit dem Anfangswert $y(0) = 0$.

Aufgaben aus der Physik

(Frühjahr 2010)

1. Aufgabe

Ein Ball soll von einem Startpunkt so in eine 6,0 Meter entfernte und 1,5 Meter über dem Startpunkt gelegene Öffnung geworfen werden, dass er dort waagerecht ankommt. Wie groß müssen Abwurfwinkel und Abwurfgeschwindigkeit sein? Fertigen Sie zunächst eine Skizze an.

2. Aufgabe

Die Mittelpunkte zweier Lampen sind 3 cm voneinander entfernt. 3 cm vor den Lampen steht ein 2 cm hoher, lichtundurchlässiger Gegenstand. Wie breit ist das Kernschattengebiet, das auf einem 5cm vor den Lampen befindlichen Schirm entsteht? Machen Sie zunächst eine Skizze der Anordnung.

3. Aufgabe

Mit einem Stahlmassband, dass für eine Temperatur von 20 Grad Celsius geeicht ist, wird bei einer Temperatur von -5 Grad Celsius die Länge der Seite eines Garten gemessen. Geben Sie zunächst einen Zusammenhang von Länge L und Temperatur T an (L_0 ist des Stahlbandes die Länge bei 20 Grad Celsius).

Welche Aussage ist richtig? a) Die Länge wird zu klein bestimmt. b) Die Länge wird exakt gemessen. c) Die Länge wird zu groß bestimmt.

4. Aufgabe

Ein Fingernagel wächst in der Woche etwa ein Millimeter. Der Durchmesser eines Atoms beträgt etwa 0,1 nm. Wieviel einzelne Atome müssen pro Sekunde an dem Fingernagel hintereinander angelagert werden, damit er mit dieser Geschwindigkeit wächst? (Wir lassen unberücksichtigt, dass die Atome nicht einzeln angebaut werden, sondern in Gruppen als Moleküle)

Test: Teil B „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:

- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil B 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil B)

Name:..

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

1 Nichtlineare Last

Gegeben ist das in Abbildung 1 gezeigte Netzwerk. Die beiden identischen Lastwiderstände R_{NL} weisen beide das durch die Kennlinie $u_{\mathrm{NL}} = \mathrm{f}\left(i_{\mathrm{NL}}\right)$ im Verbrauchersystem gezeigte Widerstandsverhalten auf. Es gilt $I_q = 0,5\,\mathrm{A}$, $R_i = 20\,\Omega$.

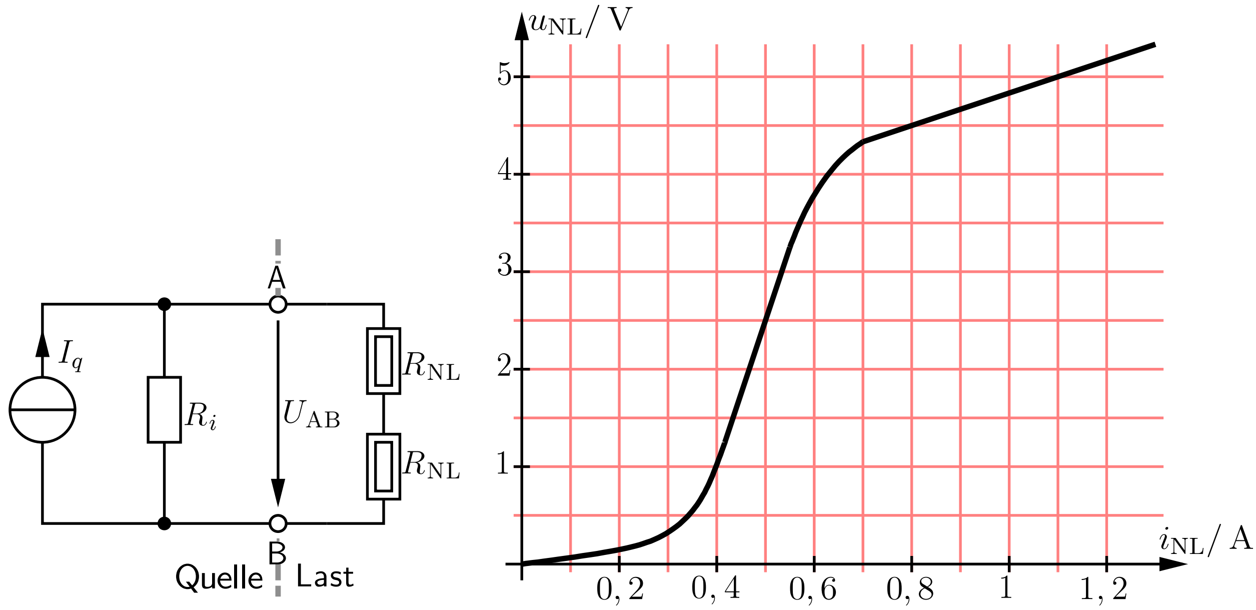


Abbildung 1: nichtlineare Last an realer Stromquelle und im Verbrauchersystem aufgenommene Kennlinie des nichtlinearen Bauelements R_{NL}

Bestimmen Sie die Klemmenspannung U_{AB}!

2 Schaltvorgang

Gegeben ist das in Abbildung 2 gezeigte Netzwerk. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S von Position 1 nach 2 umgelegt. Dadurch wird die Gleichspannungsquelle U_q vom Netzwerk abgeklemmt und die Gleichstromquelle I_q an den Kondensator C angeschlossen.

U_q, I_q, R und C sind bekannt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sind alle vorangegangenen Ausgleichsvorgänge abgeschlossen!

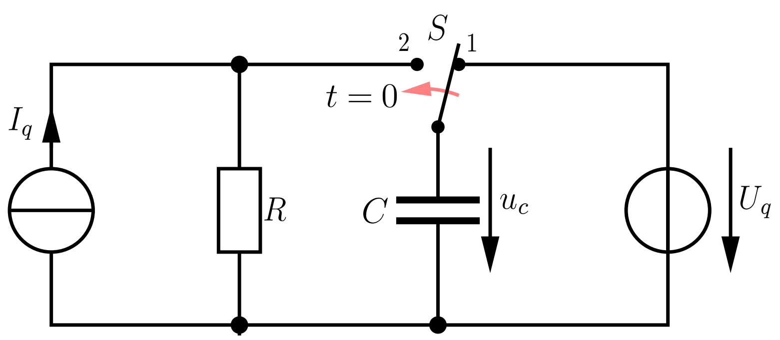


Abbildung 2: Netzwerk in Ausgangssituation

Bestimmen Sie die Kondensatorspannung $u_c(t)$ für $t > 0$ in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

3 Mehrfrequente Anregung

Gegeben ist das Netzwerk nach Abbildung 3, welches von der Spannung $u(t)$ mit dem abgebildeten diskreten Amplitudenspektrum gespeist wird. Es gilt: $R = 15\,\Omega$ und $L = 5\,\mathrm{mH}$.

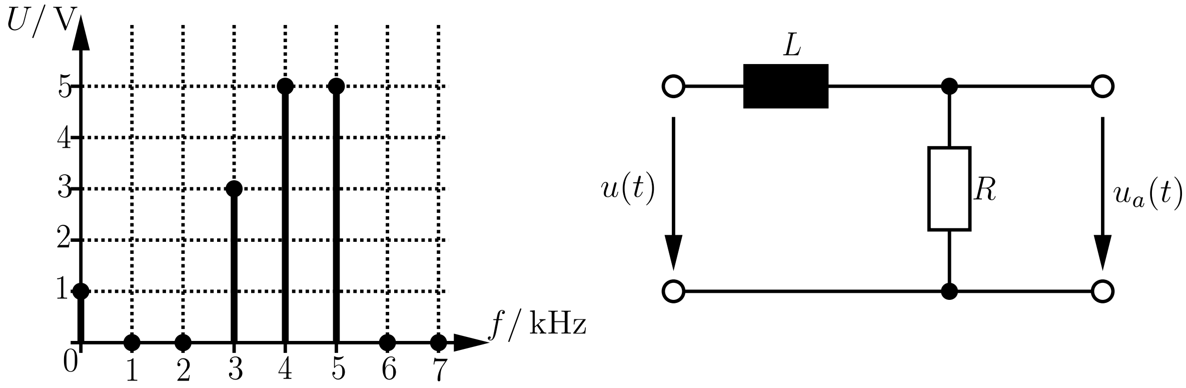


Abbildung 3: Netzwerk und Anregung

Berechnen Sie das Amplitudenspektrum von $u_a(t)$ für $f \leq 7\,\mathrm{kHz}$ und stellen Sie dieses grafisch dar!

4 Verzweigter Leiter

Ein vom Strom I durchflossener gerader Leiter wird auf einer Länge $2a$ in zwei parallele Teilleiter aufgeteilt (siehe Abbildung 4). Jeder der beiden Teilleiter hat den Widerstand R. Die Anordnung befindet sich in einem homogenen zeitabhängigen Magnetfeld mit der magnetischen Flussdichte $\vec{B}(t) = -k \cdot t \cdot \vec{e}_z$.

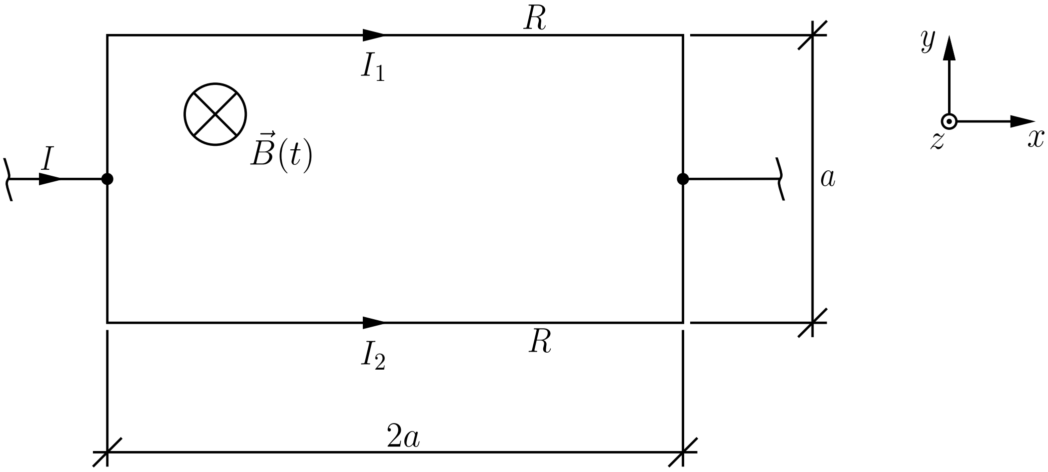


Abbildung 4: Leiter im B-Feld

Berechnen Sie den Strom I_1 bei $I = 100\,\mathrm{A}$, $k = 9\,\mathrm{V/m^2}$, $a = 10\,\mathrm{cm}$ und $R = 3\,\mathrm{m\Omega}$!

Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Test „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Gegeben ist ein zeitinvariantes Systemmit der Zuordnungsvorschrift
$f(t) \to g(t) = kf(t - t_0)$ gegeben.

1.1 Ist das System verzerrungsfrei?
1.2 Geben Sie die Impulsantwort des Systems?

Das Eingangssignal sei $f(t) = \cos(\omega_o t)$.

1.3 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $G(j\omega)$ von $g(t)$ und skizzieren Sie $|G(j\omega)|$.

Aufgabe 2

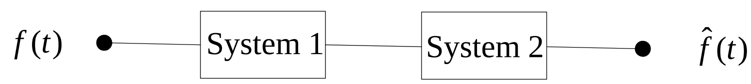
Die Folge $\{x(k)\}$ am Eingang eines linearen verschiebungsinvarianten diskreten Systems ergibt am Ausgang die Folge:

$$\{y(k)\} = a_o \{x(k)\} + a_1 \{x(k-1)\} + b_1 \{y(k-1)\}$$

2.1 Berechnen Sie die Systemfunktion $H(z)$ des Systems.
2.2 Berechnen Sie die Impulsantwort $\{h(k)\}$ des Systems für $0 \le k \le 4$.

Aufgabe 3

Es wird eine Kettenschaltung aus System 1 und 2 betrachtet.



Das System 1 wird mit der Zeitfunktion

$$f(t) = 4\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

erregt.

3.1 Geben Sie allgemein die Darstellung der Funktion $f(t)$ als Fourierreihe dar.

3.2 Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten von $f(t)$.

Die Zuordnungsvorschrift des Systems 1 lautet:

$$f(t) \to g(t) = f(t) + f^2(t)$$

3.3 Geben Sie eine Übertragungsfunktion für das LZI System 2 an, damit am Ausgang für $\hat{f}(t)$ die ursprüngliche Funktion $f(t)$ erscheint.

Hinweis: $\cos^2(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos(2x)\right)$

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System $f(t) \to g(t)$ mit der Impulsantwort:

$$h(t) = \begin{cases} A & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{T}} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

4.1 Geben Sie in allgemeiner Form die Vorschrift für die Berechnung der Reaktion $g(t)$ auf die Erregung $f(t)$.

4.2 Berechnen Sie die Reaktion $g(t)$ im Bereich $0 \leq t \leq 2T$.

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 40 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Aufgaben für Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Ein dynamisches System (Eingangsgrößen $y(t)$ (Stellgröße) und $z(t)$ (Störgröße), Ausgangsgröße $x(t)$) wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{x}(t) = z(t) - y(t)$$

a) Die Eingangsgrößen sind $y(t) = 0$ und $z(t) = 1(t)$ wobei $1(t)$ die Einheitssprungfunktion mit $1(t) = 0$ für $t < 0$ und $1(t) = 1$ für $t > 0$ ist. Skizzieren Sie die prinzipielle Sprungantwort $x(t)$, wenn $x(t) = 0$ für $t < 0$.

b) Das System wird nun mit dem Regelgesetz $y(t) = x(t)$ geregelt. Welche Änderungen in der Sprungantwort im Vergleich zu a) ergeben sich?

c) Welche Auswirkungen hat das Regelgesetz $y(t) = x(t) + 2\dot{x}(t)$ im Vergleich zu a) und b)?

d) Wie müsste im Regelgesetz nach Frage b) eine Führungsgröße berücksichtigt werden?

Aufgabe 2

Ein dynamisches System (Eingangsgröße $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$), beschrieben durch die Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) + x(t) = y(t)$$

wird mit dem Regler

$$y(t) = -K_I \int_0^t x(\tau)\, d\tau \qquad (-\infty < K_I < \infty)$$

geregelt.

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion $F_O(s)$ des offenen Regelkreises?

b) Skizzieren Sie den Frequenzgang $F_O(j\omega)$ des offenen Regelkreises für $K_I = 1$ in der komplexen Ebene.

c) Überprüfen Sie die Stabilität des geschlossenen Regelkreises in Abhängigkeit von K_I mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums.

Aufgaben für Regelungstechnik II

Aufgabe 1

Gegeben ist ein System (Eingangsgröße $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$) mit der Übertragungsfunktion

$$F(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{s+1}{s}.$$

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises, wenn das System durch einen Regler mit der Übertragungsfunktion $F_R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -K_R$, $(K_R > 0)$ geregelt wird. Ist der geschlossene Kreis für alle $K_R > 0$ stabil?

b) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises, wenn das System durch einen Regler mit der Übertragungsfunktion $F_R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -\frac{K_R}{s}$, $(K_R > 0)$ geregelt wird?

c) Markieren Sie auf der Wurzelortskurve nach Frage b) die Pole des geschlossenen Kreises, für die der geschlossene Kreis nicht schwingungsfähig ist und der stationäre Endwert möglichst schnell erreicht wird.

Aufgabe 2

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$, Zustandsvektor $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \qquad y(t) = c^T\,x(t).$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad c^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Ist das System stabil?

b) Ist das System vollstänidig steuer- und beobachtbar?

c) Das System wird mit der Zustandsrückführung $u(t) = \begin{pmatrix} 2 & -8 \end{pmatrix} x(t)$ geregelt. Welche Eigenwerte hat der geschlossene Kreis? Ist der geschlossene Kreis stabil?