Zulassungsprüfung für den Master-Studiengang in Elektrotechnik und Informationstechnik an der Leibniz Universität Hannover

Zulassungsjahr: 2010 (Wintersemester)

Allgemeine Informationen:

Der deutschsprachige Eingangstest besteht aus drei getrennten Abschnitten:

A. Mathematik und Physik
B. Grundlagen der Elektrotechnik
C. C1: Signale / Systeme und C2: Regelungstechnik

- Die Bearbeitungszeit für jeden Abschnitt A, B, C (C1 und C2) beträgt **30 Minuten**. Zwischen den Abschnitten ist eine kurze Pause von 5 Minuten.
- Alle Antworten müssen in Deutsch oder Englisch gegeben werden.
- Alle Antworten sind zu begründen.
- Nur nicht programmierbare Taschenrechner ohne Texteingabe sind als Hilfsmittel zulässig.
- Alle beschriebenen Blätter müssen mit Name, Registriernummer und Aufgabennummer gekennzeichnet sein.
- Die verteilten Aufgabenblätter müssen nach dem Test vollständig zurückgegeben werden.

Test: Teil A „Mathematik und Physik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil A 30 Minuten

6 Aufgaben (Teil A)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Σ			

Aufgaben aus der Mathematik: Herbst 2010

1. Aufgabe

Berechnen Sie die Rotation des Vektorfeldes $\vec{v}(x,y,z) = (x+y, e^{x+y}+z, z+\sin x)^T$. Rechnen Sie nach, ob das sich daraus ergebende Vektorfeld divergenzfrei ist. Ist $\mathrm{rot}\vec{v}$ auch noch divergenzfrei, wenn die x-Komponente von $\vec{v}(x,y,z)$ in $\sin(\tan(x+y))$ abgeändert wird?

2. Aufgabe

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{F}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $\vec{F}(x,y) := (xy^2, xy)^T$. Berechnen Sie das Linienintegral $\int_{\mathcal{W}} \vec{F}\cdot d\vec{r}$ des Vektorfeldes auf dem Weg $\mathcal{W}\colon t \mapsto \vec{r}(t)$, der im $\mathbb{R}^2$ eine Normalparabel $y(x) = x^2$ beschreibt und vom Punkt

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{in den Punkt} \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{übergeht.} \tag{1}$$

3. Aufgabe

Bestimmen Sie die Lösung $y(x)$ der Differentialgleichung

$$y''(x) - y(x) = 4\,e^x, \tag{2}$$

welche die Anfangswerte $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ erfüllt. Hinweis: Wir nehmen an, dass die spezielle Lösung die Form $y(x) = C\,xe^x$ besitzt; bestimmen Sie auch das C.

Aufgaben aus der Physik

(Frühjahr 2010)

1. Aufgabe

Es soll die Geschwindigkeit v_k einer Kugel mit der Masse m bestimmt werden. Dazu wird die Kugel in den an einem Faden aufgehängten Körper mit der Masse M (Fadenpendel) geschossen, dessen Faden der Länge l masselos ist. Im Auftreffzeitpunkt bewegt sich das Pendel nicht. Die beiden Massen fügen sich ohne Energieverlust zusammen. Bekanntlich hängt die Geschwindigkeit v_p der Pendelmasse nach dem Auftreffen des Geschosses mit der Kreisfrequenz ω zusammen mit $v_p = x \cdot \omega$, wobei x die horizontale Auslenkung der Pendelmasse ist ($x \ll l$), welche als bekannt vorausgesetzt wird. Die Erdbeschleunigung wird mit g bezeichnet und ist ebenfalls bekannt.

Machen Sie eine Skizze der Anordnung und ermitteln Sie zunächst die Schwingungsdauer des Fadenpendels in Abhängigkeit der gegebenen Grössen und bestimmen Sie daraus ω (für kleine Auslenkungen). Geben Sie danach die Geschwindigkeit v_k des Geschosses vor dem Auftreffen auf die Pendelmasse in Abhngigkeit gegebener Grössen an.

2. Aufgabe

Eine Wanduhr mit einem Stahlpendel (physikalisches Pendel) geht bei 0° Grad Celsius pünktlich. Wie gross ist die tägliche Abweichung bei 40° Grad Celsius, wenn der Ausdehnungskoeffizient von Stahl $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ pro Grad Kelvin beträgt. Hinweis: Arbeiten Sie mit der reduzierten Pendellänge, so dass das physikalische Pendel mit Hilfe eines mathematischen Pendels interpretiert werden kann.

3. Aufgabe

Eine Hundepfeife erzeugt einen sehr hohen, für Menschen unhörbaren Ton mit einer Frequenz von etwa 25 kHz. Wie lang ist die Pfeife, wenn sie als beidseitig offene Röhre betrachtet werden kann? Die Länge der Pfeife sei l. Diskutieren Sie zunächst anhand einer Zeichnung der Schwingungsformen in einer solche Pfeife und geben Sie den Zusammenhang von Frequenz f und Wellenlänge λ an. Hinweis: Die Schallgeschwindigkeit betrgt $340\,m/s$.

Test „Grundlagen der Elektrotechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

12 Punkte (30 Minuten)

Name: .... Matr.-Nr. : ....

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

1 Nichtlineare Last

Gegeben ist das in Abbildung 1 gezeigte Netzwerk. Es gilt $U_q = 3\,\mathrm{V}$, $R = 1\,\Omega$ und $R_T = 10\,\Omega\,\mathrm{e}^{3700\,\mathrm{K}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{293{,}15\,\mathrm{K}}\right)}$.

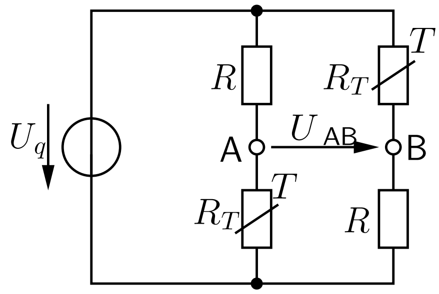

Abbildung 1: Widerstandsbrücke aus temperaturabhängigen (R_T) und temperaturunabhängigen Widerständen (R) an konstanter Spannungsquelle

Berechnen Sie die Temperatur T, für die sich eine Brückenspannung $U_{\text{AB}} = 1\,\mathrm{V}$ einstellt!

2 Schaltvorgang

Gegeben ist das in Abbildung 2 gezeigte Netzwerk im eingeschwungenen Zustand. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S geöffnet.

R, L und I_q sind bekannt.

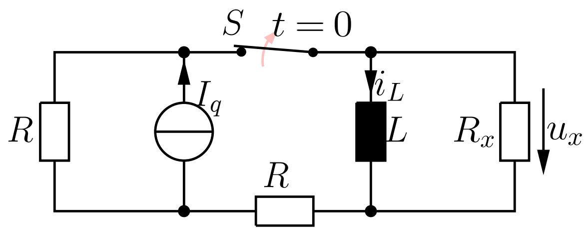

Abbildung 2: Netzwerk in Ausgangssituation

Bestimmen Sie die Spannung u_x nach dem Schaltvorgang ($t > 0$) in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

3 Netzwerk mit Transformator

Gegeben ist das harmonisch erregte Transformatornetzwerk nach Abbildung 3.

Es gilt $|\omega M| = 300\,\Omega$.

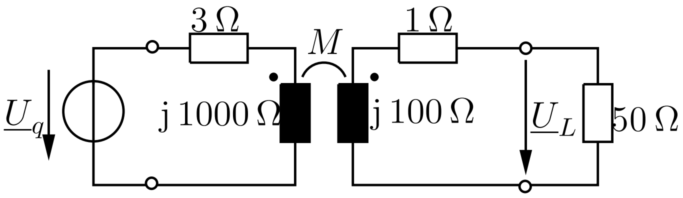

Abbildung 3: Belastetes Transformatornetzwerk

Berechnen Sie den erforderlichen Effektivwert U_q zum Erreichen der sekundärseitigen Ausgangsspannung $U_L = 230\,\mathrm{V}$!

4 Verzweigter Leiter

Eine dreieckförmige ebene Leiterschleife befindet sich gemäß Abbildung 9 in dem ebenen zeitabhängigen Magnetfeld $\vec{B}(t) = K_0 \cdot t \cdot \vec{e}_z$ mit $K_0 = 8 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}}$.

Der Klemmenabstand d ist vernachlässigbar klein!

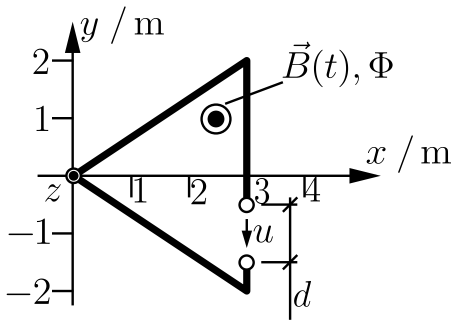

Abbildung 4: Leiter im B-Feld

Berechnen Sie den zeitabhängigen magnetischen Fluss $\Phi(t)$ durch die Leiterschleife, sowie die eingezeichnete Klemmenspannung u!

Test: Teil C1 „Signale/Systeme“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C1)

Name:...

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Test „Signale und Systeme“

Aufgabe 1

Gegeben ist ein zeitinvariantes System mit der Zuordnungsvorschrift
$Ay(t) + Bx(t - t_B) = Cx(t - t_C)$.

Hinweis: $A \neq 0$, $t_C > t_B$

1.1 Wie lautet die Impulsantwort $h(t)$?

1.2 Wie lautet die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$?

1.2 Für welche Werte A, B, C, t_B, t_C ist das System kausal bzw. stabil?

Aufgabe 2

Die Folge $\{x(k)\}$ am Eingang eines linearen verschiebungsinvarianten diskreten Systems ergibt am Ausgang die Folge:

$$\{y(k)\} = a_0\{x(k)\} + a_2\{x(k-2)\} + b_1\{y(k-1)\} \ .$$

Hinweis: $a_0 > 0, a_2 > 0$

2.1 Berechnen Sie die Systemfunktion $H(z)$ des Systems.

2.2 Berechnen Sie Pole und Nullstellen von $H(z)$.

Aufgabe 3

Gegeben sei eine Funktion $f(t)$ gemäß

$$f(t) = 20\sin(6\omega_0 t + \alpha_0) - 2\cos(\omega_0 t + \beta_0).$$

3.1 Geben Sie allgemein die Darstellung der Funktion $f(t)$ als komplexe Fourierreihe und die Berechnungsvorschrift der komplexen Fourierkoeffizienten c_n an.

3.2 Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten c_n von $f(t)$.

Aufgabe 4

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System $f(t) \to g(t)$ mit der Impulsantwort:

$$h(t) = \begin{cases} A \textit{ für } 0 \leq t \leq T \\ 0 \textit{ sonst} \end{cases}$$

Das Eingangssignal lautet

$$f(t)=\begin{cases} B\sin\left(\dfrac{\pi}{T}t\right) \mathit{für}\ 0\le t\le T \\ 0\,\mathit{sonst} \end{cases}$$

4.1 Geben Sie in allgemeiner Form die Vorschrift für die Berechnung der Reaktion $g(t)$ auf die Erregung $f(t)$ an.

4.2 Berechnen Sie die Reaktion $g(t)$.

Test: Teil C2 „Regelungstechnik“

Alle Antworten sind zu begründen!

Zugelassene Hilfsmittel:
- nichtprogrammierbarer Taschenrechner ohne Texteingabe
- Schreibutensilien, mit Namen und Matrikelnummer versehenes leeres Papier

Bearbeitungszeit für Test: Teil C1 und Teil C2 zusammen 30 Minuten

4 Aufgaben (Teil C2)

Name:..

Hinweise :

- Beschriften Sie alle Seiten, die Lösungsteile enthalten, mit Namen und Matrikelnummer.
- Die gedruckten Aufgabenblätter sind vollständig abzugeben.

Nur bei der Korrektur auszufüllen:

Aufgabe Nr.	Punktesumme	Korrektor	Klausurleiter
1			
2			
3			
4			
Σ			

Regelungstechnik I

Aufgabe 1

Ein dynamisches System (Eingangsgrößen $y(t)$ (Stellgröße) und $z(t)$ (Störgröße), Ausgangsgröße $x(t)$) wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{x}(t) + \dot{x}(t) + x(t) = z(t) - y(t)$$

a) Die Eingangsgrößen sind $y(t) = 0$ und $z(t) = 1(t)$ wobei $1(t)$ die Einheitssprungfunktion mit $1(t) = 0$ für $t < 0$ und $1(t) = 1$ für $t > 0$ ist. Skizzieren Sie die prinzipielle Sprungantwort $x(t)$, wenn $x(t) = 0$ für $t < 0$.

b) Das System wird nun mit dem Regelgesetz $y(t) = \dot{x}(t)$ geregelt. Welche Änderungen in der Sprungantwort im Vergleich zu a) ergeben sich?

Aufgabe 2

Ein dynamisches System (Eingangsgröße $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$), beschrieben durch die Übertragungsfunktion

$$F_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2}{s^2 + s + 1}$$

wird mit einem P-Regler (Verstärkung K_R, $-\infty < K_R < \infty$, negative Rückführung) geregelt.

a) Skizzieren Sie den Frequenzgang $F_O(j\omega)$ des offenen Regelkreises für $K_R = 1$ in der komplexen Ebene.

b) Überprüfen Sie die Stabilität des geschlossenen Regelkreises in Abhängigkeit von K_R mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums.

Regelungstechnik II

Aufgabe 3

Gegeben ist ein System (Eingangsgröße $y(t)$, Ausgangsgröße $x(t)$) mit der Übertragungsfunktion $F(s)$, das mit einem Regler mit der Übertragungsfunktion $F_R(s)$ geregelt wird. Es gilt:

$$F_2(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{1}{(s+1)^2} \quad , \qquad F_R(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = -K_R\,\frac{s+3}{s} \quad , \quad K_R > 0 \quad .$$

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises.

b) Markieren Sie auf der Wurzelortskurve nach Frage a) die Pole des geschlossenen Kreises, für die der geschlossene Kreis Dauerschwingungen ausführt.

Aufgabe 4

Die Zustandsraumdarstellung eines Systems (Eingangsgröße $u(t)$, Ausgangsgröße $y(t)$, Zustandsvektor $x(t)$) lautet

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + b\,u(t), \quad y(t) = c^T\,x(t) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Ist das System stabil?

b) Das System soll mit der Zustandsrückführung $u(t) = k^T\,x(t)$ geregelt werden. Wie ist k^T zu wählen, damit die Eigenwerte des geschlossenen Kreises bei $\lambda_1 = \lambda_2 = -2$ liegen?